



## แผนการจัดการเรียนรู้

หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) พุทธศักราช 2567  
สาขาวิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรมตัวถังและสีรถยนต์  
กลุ่มอาชีพอุตสาหกรรมยานยนต์และชิ้นส่วน  
ประเภทวิชาอุตสาหกรรม

รหัสวิชา 30100-1014 วิชากลศาสตร์วิศวกรรม  
ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2569

จัดทำโดย  
นายจรัสศักดิ์ ดุษฎี

วิทยาลัยเทคนิคบางสะพาน

# คำนำ

แผนการจัดการเรียนรู้ วิชา กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสวิชา 30100-1014 ท-ป-น (3-0-3) นี้ มุ่งเน้นสมรรถนะอาชีพ ได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นคู่มือประกอบการจัดการเรียนการสอนในรายวิชาเพื่อพัฒนาผู้เรียนเป็นสำคัญ ตามหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พุทธศักราช 2567 ของสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

การจัดทำได้มีการพัฒนาเพื่อให้เหมาะสมกับผู้เรียน โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 8 หน่วยการเรียนรู้ ประกอบด้วย

1. ปริมาณเวกเตอร์
2. ระบบแรง
3. โมเมนต์และแรงคู่ควบ
4. ระบบสมดุล
5. โครงสร้าง
6. แรงกระจาย
7. โมเมนต์ความเฉื่อย
8. แรงเสียดทาน

พร้อมทั้ง ไปกิจกรรม แบบทดสอบพร้อมเฉลย และสื่อการเรียนการสอนต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะในสถานการณ์ต่าง ๆ มีทักษะการคิดและแก้ปัญหา และบูรณาการกับการทำงานตามสาขาอาชีพต่าง ๆ ต่อไป

ผู้จัดทำหวังว่าแผนการจัดการเรียนรู้เล่มนี้คงจะเป็นแนวทางและเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียน และผู้สนใจทั่วไป หากมีข้อเสนอแนะประการใด ผู้จัดทำยินดีน้อมรับไว้เพื่อปรับปรุงในโอกาสต่อไป

# สารบัญ

หน้า

คำนำ	
สารบัญ	
หลักสูตรรายวิชา	
มาตรฐานอาชีพ (ถ้ามี)	
ตารางวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้	
หน่วยการเรียนรู้	
ตารางวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียนรู้	
หน่วยที่ 1 เรื่อง/ปริมาณเวกเตอร์	
แผนการจัดการเรียนรู้	1
ใบความรู้	5
ใบกิจกรรม	10
ใบงาน	12
ใบมอบหมายงาน	14
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	16
หน่วยที่ 2 เรื่อง/ระบบแรง	
แผนการจัดการเรียนรู้	18
ใบความรู้	20
ใบกิจกรรม	28
ใบงาน	30
ใบมอบหมายงาน	32
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	33
หน่วยที่ 3 เรื่อง/โมเมนต์และแรงคู่ควบ	
แผนการจัดการเรียนรู้	35
ใบความรู้	38
ใบกิจกรรม	46
ใบงาน	48
ใบมอบหมายงาน	51
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	52
หน่วยที่ 4 เรื่อง/ระบบสมดุล	
แผนการจัดการเรียนรู้	54
ใบความรู้	57
ใบกิจกรรม	64
ใบงาน	66
ใบมอบหมายงาน	68
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	69

หน่วยที่ 5 เรื่อง/โครงสร้าง	
แผนการจัดการเรียนรู้	71
ใบความรู้	74
ใบกิจกรรม	80
ใบงาน	82
ใบมอบหมายงาน	84
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	85
หน่วยที่ 6 เรื่อง/แรงกระจาย	
แผนการจัดการเรียนรู้	87
ใบความรู้	90
ใบกิจกรรม	97
ใบงาน	99
ใบมอบหมายงาน	101
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	102
หน่วยที่ 7 เรื่อง/โมเมนต์ความเฉื่อย	
แผนการจัดการเรียนรู้	104
ใบความรู้	107
ใบกิจกรรม	113
ใบงาน	115
ใบมอบหมายงาน	117
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	118
หน่วยที่ 8 เรื่อง/แรงเสียดทาน	
แผนการจัดการเรียนรู้	120
ใบความรู้	123
ใบกิจกรรม	130
ใบงาน	132
ใบมอบหมายงาน	134
แบบประเมินความสามารถในการปฏิบัติงาน/ผลลัพธ์การเรียนรู้/สมรรถนะ	135
บรรณานุกรม	
ภาคผนวก	

## หลักสูตรรายวิชา

หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) พุทธศักราช 2567  
ประเภทวิชาอุตสาหกรรม กลุ่มอาชีพอุตสาหกรรมยานยนต์และชิ้นส่วน

สาขาวิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรมตัวถังและสีรถยนต์

รหัส 30100-1014 ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

ทฤษฎี 3 ชั่วโมง/สัปดาห์ ปฏิบัติ 0 ชั่วโมง/สัปดาห์ จำนวน 3 หน่วยกิต

### อ้างอิงมาตรฐาน

ไม่มี

### ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา

ประยุกต์ใช้หลักสถิติศาสตร์ การใช้เวกเตอร์ช่วย การคำนวณแรงที่กระทำในโครงสร้างรูปแบบต่าง ๆ วิเคราะห์ผลกระทบจากแรงเสียดทาน จุดศูนย์ถ่วง และวิเคราะห์แรงที่กระทำกับชิ้นส่วนเครื่องจักรกลในงานอาชีพ

#### จุดประสงค์รายวิชา เพื่อให้

1. เข้าใจหลักสถิติศาสตร์ การใช้เวกเตอร์ช่วยในการหาขนาดแรงในโครงสร้างและชิ้นส่วนเครื่องกล
2. สามารถวิเคราะห์แรงในโครงสร้างและชิ้นส่วนเครื่องกล และสามารถแก้ปัญหาสถิติศาสตร์ วิศวกรรมที่เกี่ยวข้องกับสาขาวิชาชีพ
3. มีเจตคติและกิจนิสัยที่ดีในการสืบค้นความรู้และใช้เหตุผลทางวิทยาศาสตร์ในการแก้ปัญหา มีความละเอียด รอบคอบ และตระหนักถึงความปลอดภัย
4. สามารถประยุกต์ใช้หลักสถิติศาสตร์ การใช้เวกเตอร์ช่วยในการคำนวณแรงในโครงสร้างและเครื่องจักรกลในงานอาชีพ

### สมรรถนะรายวิชา

1. ประมวลความรู้เกี่ยวกับการหาขนาดแรง โมเมนต์บนระนาบโดยใช้วิธีกราฟิกและคำนวณ การคำนวณแรงที่กระทำกับชิ้นส่วน การหาแรงเสียดทานในเครื่องจักรกล
2. คำนวณจุดศูนย์ถ่วง เช่นทรอยด์ และค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปทรงเรขาคณิต วิเคราะห์แรงที่เกิดขึ้นในโครงสร้างและชิ้นส่วนเครื่องกล
3. ประยุกต์ใช้หลักสถิติศาสตร์ การใช้เวกเตอร์ช่วยในการคำนวณแรงในโครงสร้างและเครื่องจักรกลในงานอาชีพ

### คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาเกี่ยวกับหลักสถิติศาสตร์ เวกเตอร์ ระบบของแรง โมเมนต์และแรงคู่ควบ สมดุลของวัตถุแข็งเกร็ง จุดศูนย์ถ่วงและจุดเซนทรอยด์ แผนภาพวัตถุอิสระ โมเมนต์ความเฉื่อย หลักการวิเคราะห์โครงสร้าง วิเคราะห์แรงเสียดทานและวิธีการงานเสมือน การแก้ปัญหาโจทย์สถิติศาสตร์วิศวกรรมที่เกี่ยวข้องกับสาขาวิชาชีพ

## ตารางวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา				
งานหลัก (Duty)	งานย่อย (Task)	สมรรถนะย่อย (มาตรฐานอาชีพ)	ความรู้ ในการปฏิบัติงาน	ทักษะ ในการปฏิบัติงาน
งานหลัก 1	1.1 องค์ประกอบ ของเวกเตอร์		1.1.1 องค์ประกอบ เวกเตอร์ 2 มิติ 1.1.2 องค์ประกอบ เวกเตอร์ 3 มิติ	คำนวณหาขนาดของ เวกเตอร์
	1.2 การบวก เวกเตอร์		1.2.1 การหา เวกเตอร์ลัพธ์ของ การบวกเวกเตอร์ใน 1 มิติ 1.2.2 การหา เวกเตอร์ลัพธ์ของ การบวกเวกเตอร์ใน 2 มิติ 1.2.3 การหา เวกเตอร์ลัพธ์ของ การบวกเวกเตอร์ใน 3 มิติ	คำนวณหาเวกเตอร์ ลัพธ์ของการบวก เวกเตอร์
	1.3 การคูณ เวกเตอร์		1.3.1 Dot-Product 1.3.2 Cross- Product	คำนวณหาผลคูณ เวกเตอร์
งานหลัก 2	2.1 ปริมาณ สเกลาร์และ เวกเตอร์		- ปริมาณสเกลาร์และ เวกเตอร์	

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา				
งานหลัก (Duty)	งานย่อย (Task)	สมรรถนะย่อย (มาตรฐานอาชีพ)	ความรู้ในการปฏิบัติงาน	ทักษะในการปฏิบัติงาน
	2.2 การรวมแรงในระนาบ		- การรวมแรงในระนาบ	คำนวณหาแรงลัพธ์
	2.3 การแตกแรง		- การแตกแรง	คำนวณหาแรงย่อยในแนวแกน x และแกน y
	2.4 การรวมแรงย่อยแกน x แกน y		- การรวมแรงย่อยแกน x แกน y	คำนวณหาแรงลัพธ์
	2.5 ระบบแรงปริภูมิ		- ระบบแรงปริภูมิ	คำนวณหาแรงย่อยในแนวแกน x แกน y และแกน z
งานหลัก 3	3.1 โมเมนต์ของแรง		- โมเมนต์ของแรง	คำนวณหาโมเมนต์ของแรง
	3.2 โมเมนต์รวมในระนาบ		- โมเมนต์รวมในระนาบ	คำนวณหาโมเมนต์รวม
	3.3 โมเมนต์ในปริภูมิ		- โมเมนต์ในปริภูมิ	คำนวณหาโมเมนต์ในปริภูมิ
	3.4 โมเมนต์รวมในปริภูมิ		- โมเมนต์รวมในปริภูมิ	คำนวณหาโมเมนต์รวมในปริภูมิ
	3.5 แรงคู่ควบ		- แรงคู่ควบ	คำนวณหาแรงคู่ควบ
	3.6 การรวมโมเมนต์ของแรงคู่ควบ		- การรวมโมเมนต์ของแรงคู่ควบ	คำนวณหาโมเมนต์รวมของแรงคู่ควบ
งานหลัก 4	4.1 ระบบสมดุล 2 มิติ		4.1.1 แผนภาพวัตถุอิสระ 4.1.2 สมดุล 4.1.3 สมดุล 2 แรง และ 3 แรง	คำนวณโจทย์ปัญหา ระบบสมดุล 2 มิติ
	4.2 ระบบสมดุล 3 มิติ		- ระบบสมดุล 3 มิติ	คำนวณโจทย์ปัญหา ระบบสมดุล 3 มิติ
งานหลัก 5	5.1 โครงถัก		5.1.1 การวิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อ	คำนวณโจทย์ปัญหาโครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อ

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา				
งานหลัก (Duty)	งานย่อย (Task)	สมรรถนะย่อย (มาตรฐานอาชีพ)	ความรู้ ในการปฏิบัติงาน	ทักษะ ในการปฏิบัติงาน
			5.1.2 การวิเคราะห์ที่โครง ถักโดยวิธีการแยกส่วน	คำนวณโจทย์ปัญหา โครงถักโดยวิธีการแยก ส่วน
	5.2 โครงกรอบ และเครื่องจักรกล		- โครง กรอบ และ เครื่องจักรกล	คำนวณโจทย์ปัญหา โครงกรอบและ เครื่องจักรกล
	4.1 ระบบสมดุลง 2 มิติ		4.1.1 แผนภาพวัตถุ อิสระ 4.1.2 สมดุล 4.1.3 สมดุล 2 แรงแและ 3 แรงแ	คำนวณโจทย์ปัญหา ระบบสมดุลง 2 มิติ
งานหลัก 6	6.1 จุดศูนย์กลาง 6.2 จุดเซนทรอยด์ ของพื้นที่ 6.3 โมเมนต์อันดับ หนึ่งของพื้นที่ 6.4 จุดเซนทรอยด์ ของรูปเรขาคณิต		- จุดศูนย์กลาง - จุดเซนทรอยด์ของ พื้นที่ - โมเมนต์อันดับหนึ่ง ของพื้นที่ - จุดเซนทรอยด์ของรูป เรขาคณิต	คำนวณหาจุดเซน ทรอยด์
งานหลัก 7	7.1 โมเมนต์ความ เฉื่อยของพื้นที่ 7.2 รัศมีไจเรชั่นของ พื้นที่ 7.3 ทฤษฎีแกน ขนานของพื้นที่ 7.4 โมเมนต์ความ เฉื่อยของรูป เรขาคณิต		- โมเมนต์ความเฉื่อย ของพื้นที่ - รัศมีไจเรชั่นของ พื้นที่ - ทฤษฎีแกนขนาน ของพื้นที่ - โมเมนต์ความเฉื่อย ของรูปเรขาคณิต	คำนวณหาโมเมนต์ ความเฉื่อยและรัศมี ไจเรชั่น
งานหลัก 8	8.1 ความเสียด ทาน 8.2 ประเภทของ ปัญหาที่เกี่ยวกับ ความเสียดทาน 8.3 มุมของแรงแ เสียดทาน		- ความเสียดทาน - ประเภทของปัญหา ที่เกี่ยวกับความเสียด ทาน - มุมของแรงแเสียดทาน	คำนวณโจทย์ปัญหา แรงแเสียดทาน

## ตารางวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียนรู้ (แบบ 1)

รหัส 30100-1014 ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรมเครื่องกล

ทฤษฎี 3 ชั่วโมง/สัปดาห์ ปฏิบัติ 0 ชั่วโมง/สัปดาห์ จำนวน 2 หน่วยกิต


หน่วยการเรียนรู้	ความสามารถที่คาดหวัง									รวม	จำนวน ชั่วโมง ท/ป
	พุทธิพิสัย						ทักษะ พิสัย	จิต พิสัย	ประยุกต์ ใช้		
	ความรู้	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	การประเมินค่า	การสร้างสรรค์					
1. ปริมาณเวกเตอร์	1	1	-	-	-	-		4	2	8	6
2. ระบบแรง	-	-	1	-	-	-		4	1	6	6
3. โมเมนต์และแรงคู่ควบ	1	1	1	1	-	-		4	1	9	9
4. ระบบสมดุล	1	-	1	1	-	-		4	1	8	6
5. โครงสร้าง	1	1	1	1	-	-		4	2	10	9
6. แรงกระจาย	-	1	-	1	-	-		3	1	6	3
7. โมเมนต์ความเฉื่อย	1	1	1	1	-	-		4	1	9	3
8. แรงเสียดทาน	-	-	-	-	-	-		3	1	4	3
รวม	5	5	5	5	-	-		30	10	60	45
ประเมินผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา (เมื่อเรียนรายวิชานี้สำเร็จแล้วทำอะไรได้)										40	3
รวมทั้งรายวิชา										100	48

## หน่วยการเรียนรู้

รหัส 30100-1014 ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรมเครื่องกล

ทฤษฎี 3 ชั่วโมง/สัปดาห์ ปฏิบัติ 0 ชั่วโมง/สัปดาห์ จำนวน 2 หน่วยกิต

หน่วย ที่	หน่วยการเรียนรู้	เวลาเรียน (ชม.)		
		ทฤษฎี	ปฏิบัติ	รวม
1	ปริมาณเวกเตอร์ (บูรณาการณศาสตร์เชิงพหุเพียง)	6	0	6
2	ระบบแรง	6	0	6
3	โมเมนต์และแรงคู่ควบ	9	0	9
4	ระบบสมดุล	6	0	6
5	โครงสร้าง	9	0	9
6	แรงกระจาย	3	0	3
7	โมเมนต์ความเฉื่อย	3	0	3
8	แรงเสียดทาน	3	0	3
	ประเมินผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา			
	<b>รวม</b>	<b>48</b>	<b>0</b>	<b>48</b>

	<b>แผนการจัดการเรียนรู้</b>	หน่วยที่ 1
	รหัสวิชา...30100-1014... ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 1-2
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ปริมาณเวกเตอร์	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง/ปริมาณเวกเตอร์		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$  เวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์และผลลัพธ์ของการคูณเวกเตอร์ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. หาค่าองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$  ได้
2. หาเวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์ได้
3. หาผลลัพธ์ของการคูณเวกเตอร์ได้

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกความหมายของปริมาณเวกเตอร์ได้
2. หาแรงรวมในระนาบได้
3. คำนวณหาแรงย่อยโดยการแตกแรงได้
4. คำนวณหาแรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$   $y$  ได้
5. คำนวณแรงในระบบปริภูมิได้

### 5. การบูรณาการกับหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง

#### 5.1. ความพอประมาณ

- การใช้แรง วัสดุ และเครื่องมือทางวิศวกรรมอย่างเหมาะสม ไม่เกินความจำเป็น
- การออกแบบโครงสร้างให้แข็งแรงพอดี ไม่สิ้นเปลืองวัสดุเกินไป
- คำนวณแรงและขนาดโครงสร้างให้เหมาะสมกับการใช้งานจริง

#### 5.2 ความมีเหตุผล

- ใช้หลักการทางกลศาสตร์ เช่น กฎของแรง สมดุล และเวกเตอร์ ในการวิเคราะห์ปัญหา
- คำนึงถึงผลกระทบของแรงที่กระทำต่อวัตถุ เช่น ความปลอดภัย ความมั่นคง
- ตัดสินใจเลือกวิธีคำนวณหรือออกแบบโดยมีหลักการรองรับ

#### 5.3 การมีภูมิคุ้มกันที่ดี

- การเตรียมความพร้อมในการรับมือกับแรงที่อาจเกิดขึ้น เช่น แรงลม แรงสั่นสะเทือน
- การออกแบบให้มี “ค่าความปลอดภัย (Safety Factor)”
- การคาดการณ์ความเสียหายและวางแผนป้องกัน

#### 5.4 เจือนไขความรู้

- มีความรู้พื้นฐานด้านกลศาสตร์ เช่น
  - เวกเตอร์ (Vector)
  - แรง (Force)

- โมเมนต์ (Moment)
- สมดุล (Equilibrium)
- สามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาทางวิศวกรรมได้อย่างถูกต้อง

### 5.5 เงื่อนไขคุณธรรม

- มีความรับผิดชอบในการคำนวณและออกแบบ ไม่ประมาท
- ซื่อสัตย์ในการทำงาน ไม่ปลอมแปลงข้อมูล
- ใฝ่เรียนรู้และพัฒนาทักษะด้านวิศวกรรมอย่างต่อเนื่อง

### 5.6. 4 มิติ สมดุลและพร้อมรับการเปลี่ยนแปลง

#### - ด้านวัตถุ/เศรษฐกิจ

- ใช้วัสดุอย่างคุ้มค่าในการออกแบบโครงสร้าง
- ลดต้นทุนโดยไม่ลดความปลอดภัย

#### - ด้านสังคม

- ออกแบบโครงสร้างที่ปลอดภัยต่อผู้ใช้งานและสาธารณะ
- คำนึงถึงผลกระทบต่อชุมชน

#### - ด้านวัฒนธรรม

- ออกแบบให้สอดคล้องกับวิถีชีวิตและบริบทของท้องถิ่น
- เคารพรูปแบบสถาปัตยกรรมหรือภูมิปัญญาพื้นบ้าน

#### - ด้านสิ่งแวดล้อม

- เลือกใช้วัสดุที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อม
- ลดของเสียจากการออกแบบและก่อสร้าง

### 5.7. ศาสตร์ด้านการพัฒนา

#### 5.7.1 ศาสตร์สากล

- ใช้หลักการกลศาสตร์วิศวกรรมที่เป็นสากล เช่น กฎของนิวตัน สมดุลของแรง
- ใช้มาตรฐานการออกแบบที่ยอมรับในระดับสากล

#### 5.7.2 ศาสตร์พระราชา

- นำแนวคิด “พอเพียง” มาใช้ในการออกแบบโครงสร้าง
- เน้นความเรียบง่าย ประหยัด และใช้ได้จริง
- มองปัญหาแบบองค์รวม

#### 5.7.3 ศาสตร์ภูมิปัญญาท้องถิ่น

- ใช้ความรู้จากช่างพื้นบ้าน เช่น การสร้างบ้านไม้ การถ่างแรง
- ประยุกต์ใช้ร่วมกับหลักกลศาสตร์สมัยใหม่

### 5.8. 4 พระบรมราโชบายด้านการศึกษาของในหลวงรัชการที่ 10

#### 5.8.1 มีทัศนคติที่ถูกต้องต่อบ้านเมือง

- เข้าใจบทบาทของวิศวกรในการพัฒนาประเทศ
- ใช้ความรู้กลศาสตร์เพื่อประโยชน์ส่วนรวม

#### 5.8.2 มีพื้นฐานชีวิตที่มั่นคง เข้มแข็ง มีคุณธรรม

- ยึดหลักความปลอดภัยและจรรยาบรรณวิศวกร
- เลือกทำในสิ่งที่ถูกต้อง

### 5.8.3 มุ่งงานทำ มีอาชีพ

- สามารถนำความรู้กลศาสตร์ไปใช้ในอาชีพ เช่น วิศวกร ช่างเทคนิค
- สร้างรายได้และเลี้ยงดูตนเองได้

### 5.8.4 เป็นพลเมืองที่ดีมีระเบียบวินัย

- มีวินัยในการทำงาน เช่น การคำนวณอย่างรอบคอบ
- รับผิดชอบต่อผลงานและความปลอดภัยของสังคม

## 5. สารการเรียนรู้

### 1.1 องค์ประกอบของเวกเตอร์

#### 1.1.1 องค์ประกอบเวกเตอร์ 2 มิติ

#### 1.1.2 องค์ประกอบเวกเตอร์ 3 มิติ

### 1.2 การบวกเวกเตอร์

#### 1.2.1 การหาเวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์ใน 1 มิติ

#### 1.2.2 การหาเวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์ใน 2 มิติ

#### 1.2.3 การหาเวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์ใน 3 มิติ

### 1.3 การคูณเวกเตอร์

#### 1.3.1 Dot-Product

#### 1.3.2 Cross-Product

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

### 6.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักศึกษาเข้าแถวหน้าชั้นเรียน ครูตรวจสอบความเรียบร้อย ขานชื่อเพื่อตรวจสอบรายชื่อ
2. ครูชี้แจงรายละเอียดเกี่ยวกับผลลัพธ์การเรียนรู้ จุดประสงค์ สมรรถนะและคำอธิบายรายวิชา การวัดผลและประเมินผลการเรียน คุณลักษณะนิสัยที่ต้องการให้เกิดขึ้น และข้อตกลงในการเรียน
3. นักศึกษาทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยที่ 1 เรื่องปริมาณเวกเตอร์

### 6.2 ขั้นให้เนื้อหาและการสอน

1. ครูฉายวิดีโอสั้นเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ เช่น ลูกบอลที่กลิ้งไปตามพื้นแล้วถูกเตะออกไปอีกทิศหนึ่ง จากนั้นตั้งคำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

- ถ้าลูกบอลเคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออก แล้วมีแรงเตะไปทางทิศเหนือพร้อมกัน ผลการเคลื่อนที่จะออกมาเป็นอย่างไร

- เราจะอธิบายทิศทางและขนาดของการเคลื่อนที่อย่างไร

2. ครูเชื่อมโยงเข้าสู่หัวข้อ “เวกเตอร์” และ “การบวกเวกเตอร์”

3. ครูอธิบายพร้อมยกตัวอย่าง และให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายร่วมกันกับครู ในหัวข้อ 1.1

องค์ประกอบของเวกเตอร์ และ 1.2 การบวกเวกเตอร์

### 6.3 ขั้นสรุปและการประยุกต์

1. ครูให้นักศึกษากลุ่มเดิม ช่วยกันคิดสถานการณ์จริงที่มีการใช้ปริมาณเวกเตอร์ เช่น

- เรือกำลังวิ่งไปทิศตะวันออก 5 m/s และกระแสน้ำพัดไปทางทิศเหนือ 2 m/s

- นักศึกษาต้องคำนวณเวกเตอร์ลัพธ์และอธิบายทิศทาง

2. จากนั้นครูสุ่มให้ตัวแทนกลุ่มแต่ละกลุ่ม ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกัน

ตรวจสอบสถานการณ์ว่าสอดคล้องกับปริมาณเวกเตอร์หรือไม่ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหา

3. ครูตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ เช่น

- ถ้ารู้ขนาดและมุมของเวกเตอร์ เราจะหาค่าประกอบได้อย่างไร
- การบวกเวกเตอร์ต่างจากการบวกตัวเลขทั่วไปอย่างไร และให้นักศึกษาเขียนสรุปความรู้ 3-

5 บรรทัด

## 7. สื่อการเรียนการสอน

สื่อการเรียนรู้ หนังสือเรียน หน่วยที่ 1, PowerPoint ประกอบการสอน และแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน วิดีโอสั้นเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ ภาพที่เกี่ยวข้อง เช่น ภาพการคำนวณงาน

## 8. หลักฐานการเรียนรู้

8.1 หลักฐานความรู้

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 1.1-1.2
2. ผลการทำแบบทดสอบหน่วยที่ 1
3. ผลการตรวจแบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 1

8.2 หลักฐานการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 1.1-1.2
2. ผลประเมินการนำเสนอกิจกรรมหัวข้อปริมาณเวกเตอร์

## 9. การวัดและประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 1	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 1	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 1.1-1.2	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 1	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

## 10. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

10.1 ผลการจัดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

10.2 ปัญหา อุปสรรคที่พบ

.....

.....

.....

10.3 การแก้ไขปัญหา

1) ผลการแก้ไขปัญหาที่ส่งผลลัพธ์ที่ดีต่อผู้เรียน


.....

.....

2) แนวทางแก้ปัญหาในครั้งต่อไป

.....

.....

	<b>ใบความรู้ ที่ 1</b>	หน่วยที่ 1
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 1-2
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ปริมาณเวกเตอร์	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง ปริมาณเวกเตอร์		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$  เวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์และผลลัพธ์ของการคูณเวกเตอร์ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                      |   |             |   |
|----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ      | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บุคลากรกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. หาค่าองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$  ได้
2. หาเวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์ได้
3. หาผลลัพธ์ของการคูณเวกเตอร์ได้

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกความหมายของปริมาณเวกเตอร์ได้
2. หาแรงรวมในระนาบได้
3. คำนวณหาแรงย่อยโดยการแตกแรงได้
4. คำนวณหาแรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$   $y$  ได้
5. คำนวณแรงในระบบปริภูมิได้

### 5. เนื้อหาสาระ

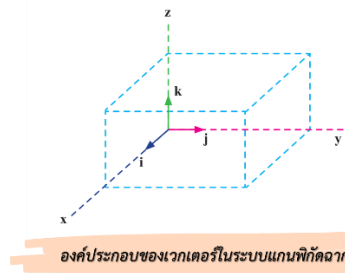
“ปริมาณเวกเตอร์” (Vector Quantities) เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง การเขียนปริมาณเวกเตอร์ส่วนใหญ่จะใช้วิธีการเขียนแบบลูกศรเพื่อแสดงทิศทางของปริมาณเวกเตอร์ ในระดับรายวิชานี้เราจะศึกษาการเขียนเวกเตอร์ในรูปขององค์ประกอบของเวกเตอร์



#### 1. องค์ประกอบของเวกเตอร์

ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง การที่จะทำให้การหาทิศทางของปริมาณเวกเตอร์ได้ง่ายขึ้น โดยกำหนดทิศทางของปริมาณเวกเตอร์เป็น 3 มิติ เป็นระบบแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$





องค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบแกนพิกัดฉาก

ให้  $i$  แทนเวกเตอร์หนึ่งหน่วยทางแกน  $x$

$j$  แทนเวกเตอร์หนึ่งหน่วยทางแกน  $y$

$k$  แทนเวกเตอร์หนึ่งหน่วยทางแกน  $z$

หรือบางทีอาจจะใช้

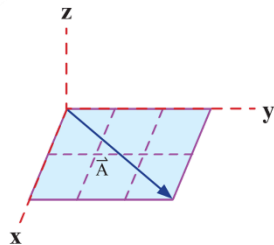
$A_x$  แทนขนาดของเวกเตอร์  $A$  ในแนวแกน  $x$

$A_y$  แทนขนาดของเวกเตอร์  $A$  ในแนวแกน  $y$

$A_z$  แทนขนาดของเวกเตอร์  $A$  ในแนวแกน  $z$

### 1.1 องค์ประกอบของเวกเตอร์ 2 มิติ

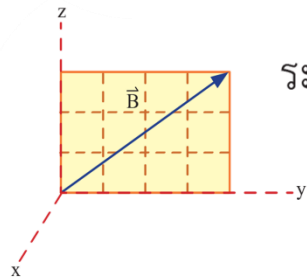
เป็นเวกเตอร์ที่อยู่บนระนาบใดระนาบหนึ่ง เช่น ระนาบ  $x$ - $y$  ระนาบ  $x$ - $z$  หรือระนาบ  $y$ - $z$  ซึ่งเวกเตอร์เหล่านี้จะเป็นผลบวกของเวกเตอร์ 2 แกน



ระนาบ  $x$ - $y$

$$\vec{A} = \vec{A}_x i + \vec{A}_y j$$

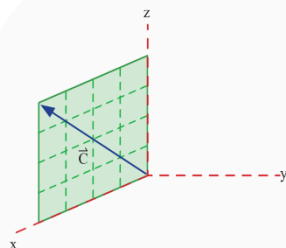
$$\vec{A} = 2i + 3j$$



ระนาบ  $y$ - $z$

$$\vec{B} = \vec{B}_y j + \vec{B}_z k$$

$$\vec{B} = 4j + 3k$$



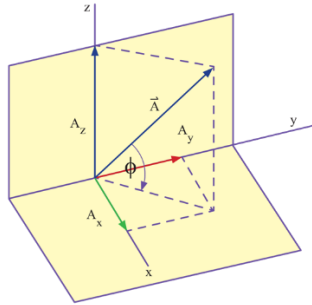
ระนาบ  $x$ - $z$

$$\vec{C} = \vec{C}_x i + \vec{C}_z k$$

$$\vec{C} = 4i + 4k$$

## 1.2 องค์ประกอบของเวกเตอร์ 3 มิติ

เวกเตอร์ที่ไม่ได้อยู่บนระนาบใดระนาบหนึ่งหรือแกนใดแกนหนึ่งจะเป็นเวกเตอร์ที่มีองค์ประกอบทั้ง 3 แกน หรือ 3 มิติ โดยจะมีขนาดของเวกเตอร์แกน x แกน y และแกน z พร้อมกัน ดังนั้น ลักษณะของเวกเตอร์จะเขียนอยู่ในรูปของ



$$\vec{A} = \vec{A}_x \mathbf{i} + \vec{A}_y \mathbf{j} + \vec{A}_z \mathbf{k}$$

$A_x$  ขนาดของเวกเตอร์ A ในแนวแกน x

$A_y$  ขนาดของเวกเตอร์ A ในแนวแกน y

$A_z$  ขนาดของเวกเตอร์ A ในแนวแกน z

## 2. การบวกเวกเตอร์

การบวกเวกเตอร์ คือ การนำเวกเตอร์แต่ละเวกเตอร์มาเรียงต่อกันไป โดยไม่ให้คุณสมบัติของเวกเตอร์ที่นำมาต่อเปลี่ยนแปลงไป ผลลัพธ์จะเป็นปริมาณเวกเตอร์ที่ลากจากจุดเริ่มต้น (หางของเวกเตอร์แรก) ไปยังจุดสิ้นสุด (หัวของเวกเตอร์สุดท้าย)

### 2.1 ผลบวกของเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์

$$\begin{aligned} |\vec{a} + \vec{b}| &= \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos\theta} \\ \tan \alpha &= \frac{b \sin\theta}{a + b \cos\theta} \end{aligned}$$

### 2.2 หากจากการแยกเวกเตอร์ไปในแนวแกน x และ y

$$\begin{aligned} |\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| &= \sqrt{(\text{ผลบวกทางแกน x})^2 + (\text{ผลบวกทางแกน y})^2} \\ \tan \alpha &= \frac{\text{ผลบวกทางแกน y}}{\text{ผลบวกทางแกน x}} \end{aligned}$$

### 2.3 หากจากเวกเตอร์หนึ่งหน่วย i, j, k

$$|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{(a_x + b_x + c_x)^2 + (a_y + b_y + c_y)^2 + (a_z + b_z + c_z)^2}$$

## 6. แบบฝึกหัด/แบบทดสอบ

1. จงอธิบายความแตกต่างระหว่างปริมาณสเกลาร์และปริมาณเวกเตอร์ พร้อมยกตัวอย่างประกอบอย่างละ 3 ตัวอย่าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงอธิบายความแตกต่างระหว่างการบวกเวกเตอร์แบบ Dot Product และ Cross Product

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงอธิบายองค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบ 3 มิติ พร้อมเขียนความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## 7. เอกสารอ้างอิง (ขึ้นหน้าใหม่)

อรุณกมล พูลศิริ จันทร์สะอาด. (2567). กลศาสตร์วิศวกรรม (Engineering Mechanics) (30100-1014). เอ็มพันธ์

## 8. ภาคผนวก (เฉลยแบบฝึกหัด เฉลยแบบทดสอบ ฯ)

1. จงอธิบายความแตกต่างระหว่างปริมาณสเกลาร์และปริมาณเวกเตอร์ พร้อมยกตัวอย่างประกอบอย่างละ 3 ตัวอย่าง

เฉลย ปริมาณสเกลาร์ คือ ปริมาณที่มีเพียงขนาดแต่ไม่มีทิศทาง สามารถบอกค่าได้ด้วยตัวเลขและหน่วยเท่านั้น

ตัวอย่างปริมาณสเกลาร์ ได้แก่

1. มวล (กิโลกรัม)
2. อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)
3. ระยะทาง (เมตร)

ปริมาณเวกเตอร์ คือ ปริมาณที่ต้องระบุทั้งขนาดและทิศทางจึงจะทำให้เกิดความเข้าใจที่สมบูรณ์ ตัวอย่างปริมาณเวกเตอร์ ได้แก่

1. แรง (นิวตัน)
  2. ความเร็ว (เมตรต่อวินาที)
  3. การกระจัด (เมตร)
2. จงอธิบายความแตกต่างระหว่างการบวกเวกเตอร์แบบ Dot Product และ Cross Product  
เฉลย การบวกเวกเตอร์แบบ Dot Product และ Cross Product มีความแตกต่างกันดังนี้

Dot Product (ผลคูณเชิงสเกลาร์)

เป็นการคูณเวกเตอร์ที่ให้ผลลัพธ์เป็นปริมาณสเกลาร์

$$\text{สูตรคือ } \vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cdot \cos \theta$$

โดยที่  $\theta$  คือมุมระหว่างเวกเตอร์ a และ b

ในระบบพิกัดฉาก  $\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \cdot b_x) + (a_y \cdot b_y) + (a_z \cdot b_z)$

ถ้าเวกเตอร์ตั้งฉากกัน ( $\theta = 90^\circ$ ) ผลคูณจะเป็นศูนย์ ( $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ )

การคูณแบบ Dot Product เป็นการคูณที่สลับเวกเตอร์ได้ ( $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ )

Cross Product (ผลคูณเชิงเวกเตอร์)

เป็นการคูณเวกเตอร์ที่ให้ผลลัพธ์เป็นเวกเตอร์ตัวใหม่

$$\text{สูตรคือ } \vec{a} \times \vec{b} = ab \cdot \sin \theta \cdot \vec{n}$$

โดยที่  $\vec{n}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับระนาบของ a และ b

ทิศทางของเวกเตอร์ผลลัพธ์จะตั้งฉากกับระนาบที่ประกอบด้วยเวกเตอร์ a และ b (ใช้กฎมือขวา)

ถ้าเวกเตอร์ขนานกัน ( $\theta = 0^\circ$  หรือ  $180^\circ$ ) ผลคูณจะเป็นศูนย์ ( $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ )

การคูณแบบ Cross Product ไม่สามารถสลับเวกเตอร์ได้ ( $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a}$ ) แต่  $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$

3. จงอธิบายองค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบ 3 มิติ พร้อมเขียนความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

เฉลย องค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบ 3 มิติ คือการแสดงเวกเตอร์ใดๆ ในรูปของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในแนวแกน x, y และ z

ถ้ากำหนดให้

i คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในแนวแกน x

j คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในแนวแกน y

k คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในแนวแกน z

เวกเตอร์ a ใดๆ ในระบบ 3 มิติ สามารถเขียนได้ในรูป

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$


โดยที่  $a_x$  คือขนาดของเวกเตอร์ a ในแนวแกน x

$a_y$  คือ ขนาดของเวกเตอร์ a ในแนวแกน y

$a_z$  คือ ขนาดของเวกเตอร์ a ในแนวแกน z

ขนาดของเวกเตอร์ a หาได้จาก

$$a = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2}$$

	<b>ใบกิจกรรม ที่ 1</b>	หน่วยที่ 1
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชาคณิตศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 1-2
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ปริมาณเวกเตอร์	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน ปริมาณเวกเตอร์		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$  เวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์และผลลัพธ์ของการคูณเวกเตอร์ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำกิจกรรม

1. หาค่าองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$  ได้
2. หาเวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์ได้
3. หาผลลัพธ์ของการคูณเวกเตอร์ได้

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกความหมายของปริมาณเวกเตอร์ได้
2. หาแรงรวมในระนาบได้
3. คำนวณหาแรงย่อยโดยการแตกแรงได้
4. คำนวณหาแรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$   $y$  ได้
5. คำนวณแรงในระบบปริภูมิได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- ทำให้เข้าใจเนื้อหาได้ลึกซึ้ง - เห็นการนำไปใช้ในชีวิตจริง - พัฒนาทักษะคิดวิเคราะห์ และเชื่อมโยงความรู้

### 6. ขั้นตอนการทำกิจกรรม

แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัดที่ 1.1 การหาขนาดของเวกเตอร์ และแบบฝึกหัดที่ 1.2 การหาเวกเตอร์ลัพธ์

### 7. สรุปและอภิปราย


ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณที่ต้องทราบทั้งขนาดและทิศทางจึงจะทำให้เกิดความเข้าใจ เช่นการบอกตำแหน่งที่อยู่ของนักศึกษาว่าห่างจากวิทยาลัยไปทางทิศเหนือ 2 กิโลเมตร ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทางเป็นองค์ประกอบ การนำปริมาณเวกเตอร์มาบวก ลบ คูณกัน จะไม่สามารถทำได้เหมือนกับคณิตศาสตร์ ดังนั้นเราจึงต้องศึกษาวิธีการบวก ลบ และคูณ ปริมาณเวกเตอร์ เพื่อใช้ในการหาเวกเตอร์ลัพธ์

## 8. การประเมินผล

รายการ	ผลการวัด / ข้อสังเกต
1. ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา	
2. ผู้เรียนทำกิจกรรมสอดคล้องกับเนื้อหา	
3. ผู้เรียนได้เรียนและทำกิจกรรมส่งเสริมกระบวนการคิด	
4. ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้เพื่อใช้ประโยชน์ในการทำงานจริง	

## 9. เอกสารอ้างอิง / เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบงาน ที่ 1</b>	หน่วยที่ 1
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชาคณิตศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 1-2
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ปริมาณเวกเตอร์	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน ปริมาณเวกเตอร์		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$  เวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์และผลลัพธ์ของการคูณเวกเตอร์ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. หาค่าองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$  ได้
2. หาเวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์ได้
3. หาผลลัพธ์ของการคูณเวกเตอร์ได้

### 4. จุดประสงค์เชิง

1. บอกความหมายของปริมาณเวกเตอร์ได้
2. หาแรงรวมในระนาบได้
3. คำนวณหาแรงย่อยโดยการแตกแรงได้
4. คำนวณหาแรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x y$  ได้
5. คำนวณแรงในระบบปริภูมิได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- ทำให้เข้าใจเนื้อหาได้ลึกซึ้ง - เห็นการนำไปใช้ในชีวิตจริง - พัฒนาทักษะคิดวิเคราะห์และเชื่อมโยงความรู้

### 6. คำแนะนำ/ข้อควรระวัง

### 7. ขั้นตอนการปฏิบัติงาน

1. แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำ กิจกรรมฝึกแบบมีโครงนำ โดยทำเป็นรายบุคคล ดังนี้
  - ทำตัวอย่าง dot product จากโจทย์ที่กำหนด เช่น หาผลคูณเชิงสเกลาร์ของเวกเตอร์สองตัว หามุมระหว่างเวกเตอร์จาก dot product
  - ทำตัวอย่าง cross product หาส่วนประกอบของเวกเตอร์ผลคูณ ใช้กฎมือขวาหาทิศทางของเวกเตอร์ผลลัพธ์ ตรวจสอบคำตอบด้วยการแทนค่าในดีเทอร์มิแนนต์

**8. สรุปและวิจารณ์ผล**

ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณที่ต้องทราบทั้งขนาดและทิศทางจึงจะทำให้เกิดความเข้าใจ เช่นการบอกตำแหน่งที่อยู่ของนักศึกษาว่าห่างจากวิทยาลัยไปทางทิศเหนือ 2 กิโลเมตร ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทางเป็นองค์ประกอบ การนำปริมาณเวกเตอร์มาบวก ลบ คูณกัน จะไม่สามารถทำได้เหมือนกับคณิตศาสตร์ ดังนั้นเราจึงต้องศึกษาวิธีการบวก ลบ และคูณ ปริมาณเวกเตอร์ เพื่อใช้ในการหาเวกเตอร์ลัพธ์

**9. การประเมินผล**

ชื่อ-สกุล..... รหัสประจำตัวนักเรียน.....

ระดับชั้น..... กลุ่ม..... แผนกวิชา.....

ไปปฏิบัติงานที่..... วิชา.....

จุดที่	ขนาดตามแบบ	พิกัดที่กำหนด	คะแนนเต็ม	ขนาดที่วัดได้	คะแนนที่ได้
		รวม			


**9.1 เกณฑ์การประเมิน**

หมายเหตุ	ผลการประเมิน
	ได้ร้อยละ 80-100 ดีมาก 70-79 ดี 60-69 พอใช้ 50-59 ต้องปรับปรุง น้อยกว่า 50 ต่ำกว่าเกณฑ์

ลงชื่อ..... (.....) นักเรียน-นักศึกษา	ลงชื่อ..... (.....) ผู้ตรวจ	คะแนนที่ได้ .....
---	-----------------------------------	----------------------

**10. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม**

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบมอบหมายงาน ที่ 1</b>	หน่วยที่ 1
	รหัสวิชา 30100-1014... ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 1-2
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ปริมาณเวกเตอร์	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน ปริมาณเวกเตอร์		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$  เวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์และผลลัพธ์ของการคูณเวกเตอร์ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. หาค่าองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$  ได้
2. หาเวกเตอร์ลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์ได้
3. หาผลลัพธ์ของการคูณเวกเตอร์ได้

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกความหมายของปริมาณเวกเตอร์ได้
2. หาแรงรวมในระนาบได้
3. คำนวณหาแรงย่อยโดยการแตกแรงได้
4. คำนวณหาแรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$   $y$  ได้
5. คำนวณแรงในระบบปริภูมิได้

### 5. รายละเอียดของงาน

1. ให้นักเรียนวาดเวกเตอร์จากสถานการณ์ที่กำหนด (เช่น การเคลื่อนที่ หรือแรง)
2. ระบุ ขนาด (Magnitude) และ ทิศทาง (Direction) อย่างถูกต้อง
3. แสดงการรวมเวกเตอร์ด้วยวิธี “หัวต่อหาง” หรือแตกเวกเตอร์ในแกน  $x$ ,  $y$
4. อธิบายผลลัพธ์ที่ได้เป็นลายลักษณ์อักษร

### 6. กำหนดเวลาส่งงาน หลังการการสอนเสร็จสิ้น

### 7. แนวทางการปฏิบัติงาน

1. อ่านโจทย์และวิเคราะห์ข้อมูลที่กำหนด (ขนาด/ทิศทาง)
2. วาดเวกเตอร์ตามสัดส่วนจริงบนกระดาษกราฟ
3. รวมเวกเตอร์ด้วยวิธี “หัวต่อหาง” หรือวิธีแตกแกน ( $x$ ,  $y$ )
4. หาเวกเตอร์ลัพธ์ พร้อมระบุขนาดและมุม

### 8. แหล่งข้อมูลค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

## 9. การประเมินผล

รายการ	ผลการวัด / ข้อสังเกต
1. ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา	
2. ผู้เรียนทำกิจกรรมสอดคล้องกับเนื้อหา	
3. ผู้เรียนได้เรียนและทำกิจกรรมส่งเสริมกระบวนการคิด	
4. ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้เพื่อใช้ประโยชน์ในการทำงานจริง	

**วิทยาลัยเทคนิคบางสะพาน**  
**แบบประเมินด้านคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์**

สาขาวิชา.....สาขางาน.....ระดับชั้น.....กลุ่ม.....

ลำดับ ที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมิน										คะแนนรวม	คะแนนเฉลี่ย
		ยึดมั่นในสถาบันฯ	ละเว้นอภัยมุข	ความมีวินัย	ความสามัคคี	จิตอาสา	ขยันและ	ประหยัด	ซื่อสัตย์	สุภาพ	ตรงต่อเวลา		
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													

หมายเหตุ

- เกณฑ์การประเมินคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์

- 3 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนแสดงประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอและเป็นผู้ทำได้
- 2 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอ
- 1 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติไม่สม่ำเสมอ
- 0 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนไม่ประพฤติปฏิบัติ

### บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

1) วัน เดือน ปี .....สอนครั้งที่ .../... สาขา/ชั้นปี .....จำนวนผู้เรียน.....คน  
มาเรียนปกติ.....คน ขาดเรียน.....คน ลาป่วย.....คน ลากิจ.....คน มาสาย.....คน

2) หัวข้อเรื่อง/เนื้อหาสาระ :

.....  
 สอนครบตามหัวข้อเรื่องในแผนฯ  สอนไม่ครบเนื่องจาก.....

3) กิจกรรม/วิธีการสอน

ครูแนะนำและบอกจุดประสงค์  ครูอธิบาย/ถาม-ตอบ/สาธิต/

ทำแบบทดสอบก่อนเรียน  ทำแบบทดสอบหลังเรียน

ทำแบบฝึกหัด/โจทย์ปัญหา  ทำใบกิจกรรม/ใบงาน

อื่น ๆ (ระบุ).....

4) สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ : .....

#### 11.2 ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

1) การวัดผลและประเมินผล/ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน : .....

2) สมรรถนะที่ผู้เรียนได้รับ : .....

3) สอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม : .....


4) ผลการสอนของครู : .....

5) ปัญหาที่นำไปสู่การวิจัย : .....

#### 11.3 แนวทางการพัฒนาคุณภาพการสอน/แก้ปัญหา

1) ผลการใช้และปรับปรุงแผนการสอนครั้งนี้ : .....

2) แนวทางพัฒนาคุณภาพวิธีสอน/สื่อ/การวัดผล/เอกสารช่วยสอน: .....

	<b>แผนการจัดการเรียนรู้</b>	<b>หน่วยที่ 2</b>
	รหัสวิชา...30100-1014..... ชื่อวิชาคณิตศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 3-4
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบแรง	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง/ ระบบแรง		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาแรงรวมในระนาบ แรงย่อยโดยการแตกแรง แรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$  และ  $y$  และแรงในระบบปริภูมิด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการหาแรงย่อยในแนวแกน  $x$  แกน  $y$  ของแรงที่กำหนดให้
2. คำนวณหาแรงลัพธ์ของแรงหลายแรงที่กำหนดให้

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกความหมายของสเกลาร์และเวกเตอร์ได้
2. หาแรงรวมในระนาบได้
3. คำนวณหาแรงย่อยโดยการแตกแรงได้
4. คำนวณหาแรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x y$  ได้
5. คำนวณแรงในระบบปริภูมิได้

### 5. สารการเรียนรู้

1. ปริมาณสเกลาร์และเวกเตอร์
2. การรวมแรงในระนาบ
3. การแตกแรง
4. การรวมแรงย่อยแกน  $x$  แกน  $y$
5. ระบบแรงปริภูมิ

### 6. กิจกรรมการเรียนรู้

#### 6.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักศึกษาเข้าแถวหน้าชั้นเรียน ครูตรวจสอบความเรียบร้อย ขานชื่อเพื่อตรวจสอบรายชื่อ
2. ครูชี้แจงรายละเอียดเกี่ยวกับผลลัพธ์การเรียนรู้ จุดประสงค์ สมรรถนะและคำอธิบายรายวิชา การวัดผลและประเมินผลการเรียน คุณลักษณะนิสัยที่ต้องการให้เกิดขึ้น และข้อตกลงในการเรียน
3. นักศึกษาทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยที่ 2 เรื่องระบบแรง

#### 6.2 ขั้นให้เนื้อหาและการสอน

4. ครูอธิบายพร้อมยกตัวอย่าง และให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายร่วมกันกับครู ในหัวข้อ 2.1 ปริมาณสเกลาร์และเวกเตอร์ และ 2.2 การรวมแรงในระนาบ ดังนี้
  - อธิบายปริมาณสเกลาร์และปริมาณเวกเตอร์
  - สาธิตการรวมแรงในระนาบ ได้แก่ การวาดเวกเตอร์ต่อหัว-ต่อท้าย วิธีแยกแนวแกน

### 6.3 ขั้นสรุปและการประยุกต์

7. ครูให้นักศึกษากลุ่มเดิม ช่วยกันคิดสถานการณ์จริง เช่น สองคนตั้งโต๊ะไปในทิศทางต่างกัน  $45^\circ$  และ  $30^\circ$  จากแกน  $x$  ให้คำนวณแรงรวมและแสดงเป็นเวกเตอร์บนกราฟ

8. จากนั้นครูสุ่มให้ตัวแทนกลุ่มแต่ละกลุ่ม ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกัน ตรวจสอบสถานการณ์ว่าสอดคล้องกับระบบแรงหรือไม่ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหา

### 7. สื่อการเรียนการสอน

สื่อการเรียนรู้ หนังสือเรียน หน่วยที่ 2, PowerPoint ประกอบการสอน และแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน ภาพที่เกี่ยวข้อง เช่น ภาพของการตั้งรถเข็นหรือการลากวัตถุ

### 8. หลักฐานการเรียนรู้

#### 8.1 หลักฐานความรู้

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 2.1-2.3
2. ผลการทำแบบทดสอบหน่วยที่ 2
3. ผลการตรวจแบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 2

#### 8.2 หลักฐานการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 2.1-2.3
2. ผลประเมินการนำเสนอหัวข้อระบบแรง

### 9. การวัดและประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 2	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 2	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 2.1-2.3	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 2	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

### 10. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

#### 10.1 ผลการจัดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

#### 10.2 ปัญหา อุปสรรคที่พบ

.....

.....

#### 10.3 การแก้ไขปัญหา

##### 1) ผลการแก้ไขปัญหาที่ส่งผลลัพธ์ที่ดีต่อผู้เรียน


.....

.....

##### 2) แนวทางแก้ปัญหาในครั้งต่อไป

.....

.....

	ใบความรู้ ที่ 2	หน่วยที่ 2
	รหัสวิชา...30100-1014.... ชื่อวิชาการศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 3-4
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบแรง	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง ระบบแรง		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาแรงรวมในระนาบ แรงย่อยโดยการแตกแรง แรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$  และ  $y$  และแรงในระบบปริภูมิด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บุคลากรกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการหาแรงย่อยในแนวแกน  $x$  แกน  $y$  ของแรงที่กำหนดให้
2. คำนวณหาแรงลัพธ์ของแรงหลายแรงที่กำหนดให้

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกความหมายของสเกลาร์และเวกเตอร์ได้
2. หาแรงรวมในระนาบได้
3. คำนวณหาแรงย่อยโดยการแตกแรงได้
4. คำนวณหาแรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x y$  ได้
5. คำนวณแรงในระบบปริภูมิได้

### 5. เนื้อหาสาระ

#### ปริมาณสเกลาร์และเวกเตอร์

ปริมาณที่เกี่ยวข้องกับวิชาสถิติศาสตร์ มีอยู่ 2 ชนิด คือปริมาณสเกลาร์ (Scalars) และปริมาณเวกเตอร์ (Vectors)

สเกลาร์ คือ ปริมาณที่บอกเฉพาะขนาด เช่น ความยาว มวล และเวลา

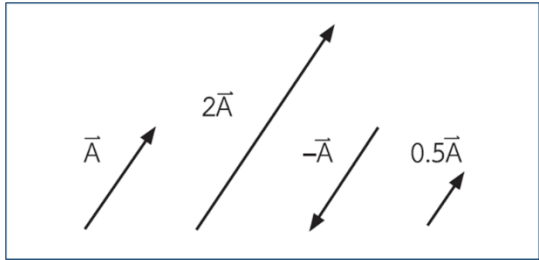
เวกเตอร์ คือ ปริมาณที่บอกทั้งขนาดและทิศทาง เช่น แรง ความเร่ง และโมเมนต์

#### ปริมาณเวกเตอร์แบ่งได้ 3 ชนิด ได้แก่

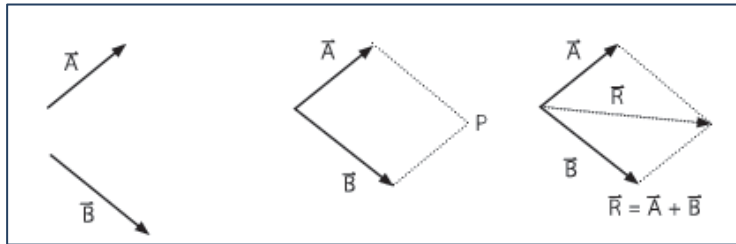
1. เวกเตอร์อิสระ (Free Vector) เป็นเวกเตอร์ที่บอกขนาดและทิศทาง ไม่บ่งบอกถึงการกระทำ
2. เวกเตอร์เลื่อน (Sliding Vector) เป็นเวกเตอร์ที่มีแนวอนตามแนวเส้นตรงหนึ่ง
3. เวกเตอร์คงที่ (Fixed Vector) เป็นเวกเตอร์ที่ถูกกำหนดทั้งขนาดและทิศทาง รวมทั้งจุดกระทำแน่นอน

**ความรู้พื้นฐานของเวกเตอร์**

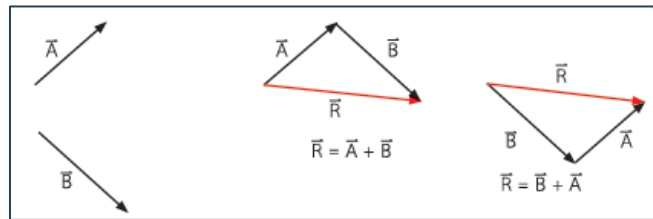
1. เวกเตอร์สามารถเขียนด้วยเครื่องหมายลูกศร หัวลูกศรจะบอกทิศทางของเวกเตอร์นั้น
2. การคูณหรือหารเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ เวกเตอร์จะมีขนาดเพิ่มขึ้นหรือลดลงตามจำนวนเท่าของปริมาณสเกลาร์ที่คูณเวกเตอร์นั้น โดยที่เวกเตอร์ยังคงทิศทางเดิมเมื่อปริมาณสเกลาร์มีค่าเป็นบวกและจะสลับทิศทางเมื่อปริมาณสเกลาร์นั้นมีค่าเป็นลบ
3. การรวมเวกเตอร์เริ่มโดยการนำทางของเวกเตอร์



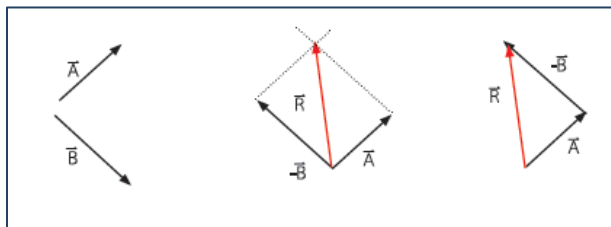
ทั้งสองมาต่อชนกัน จากนั้นลากเส้นขนานแรงทั้งสอง จุดตัดของเส้นขนานอยู่ที่จุด P เวกเตอร์ลัพธ์ R เกิดจากการลากเส้นจากจุดต่อทั้งสองเวกเตอร์มายังจุด P นั่นคือ  $R=A+B$



นอกจากนี้สามารถรวมเวกเตอร์โดยใช้กฎสามเหลี่ยม (Triangle Rule) เป็นการนำเวกเตอร์ B มารวมกับเวกเตอร์ A ตามหลักการ “หางต่อหัว (Head-to-Tail)” สรุปได้ว่า  $R=A+B=B+A$

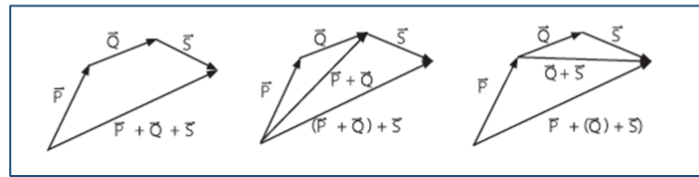


ส่วนการลบเวกเตอร์ วิธีเดียวกันกับการรวมเวกเตอร์ปกติ แตกต่างกันที่เปลี่ยนทิศทางของเวกเตอร์  $R=A+B=A+(-B)$



กรณีต้องการรวมเวกเตอร์ตั้งแต่ 3 เวกเตอร์ขึ้นไป เช่นมีเวกเตอร์ P Q และ S ให้รวม 2 เวกเตอร์แรกก่อน จากนั้นนำผลลัพธ์ที่ได้มารวมกับเวกเตอร์ถัดไป

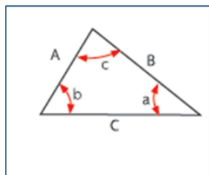
$$P+Q+S=(P+Q)+S=P+(Q+S)$$



แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ ผลจากการกระทำของแรงจึงขึ้นอยู่กับทั้งขนาดและทิศทางที่แรงกระทำต่อวัตถุนั้นๆ แรงพยายามจะทำให้วัตถุมีการเปลี่ยนแปลงหรือมีการเคลื่อนที่

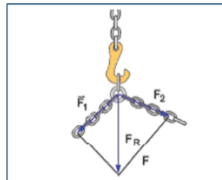
- ขนาด (Magnitude) เป็นการบอกถึงปริมาณความมากน้อยของแรง มีหน่วยเป็นนิวตัน (N)
- ทิศทาง (Direction) เป็นการบอกถึงแนวของแรงที่กระทำโดยวัดแนวแรงกับแกนอ้างอิง

การรวมแรงในระนาบ



**กฎโคไซน์**  
 $c = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos c}$

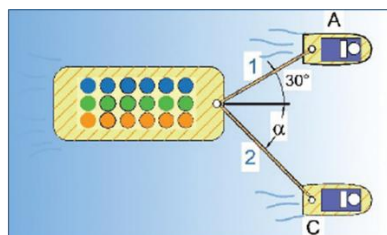
**กฎไซน์**  
 $\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$



ภาพตัวอย่างเป็นแรงที่กระทำต่อตะขอเกี่ยวในการยกน้ำหนัก

แรงถือว่าเป็นเวกเตอร์ เนื่องจากแรงมีทั้งขนาดและทิศทาง การคำนวณแรงลัพธ์ให้เป็นไปตามกฎของการรวมเวกเตอร์

ตัวอย่าง



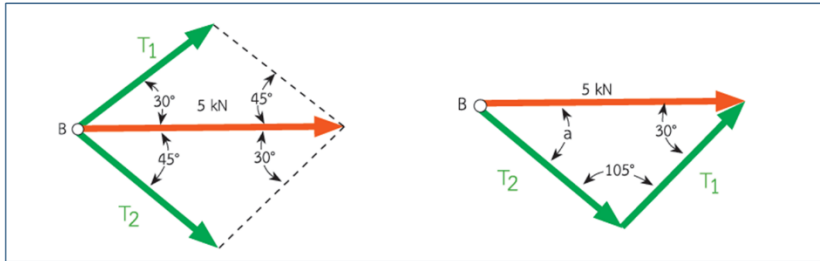
เรือบรรทุกสินค้ามีเรือลากจูง 2 ลำ ดังรูป ถ้าแรงลัพธ์ของเรือ 2 ลำนี้ เท่ากับ 5 กิโลนิวตันมีทิศทางเดียวกับเรือสินค้า จงคำนวณหา

ก) แรงดึงในเส้นเชือกทั้ง 2 เมื่อ  $\alpha = 45^\circ$

ข) ค่าของ  $\alpha$  เมื่อให้แรงดึงในเส้นเชือกที่ 2 มีค่าน้อยที่สุด

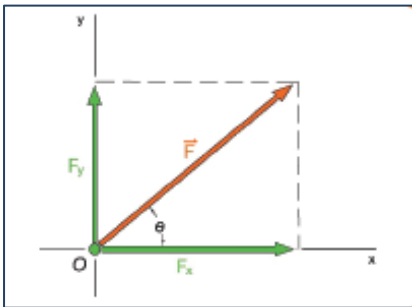
**วิธีทำ**

ก) การหาแรงดึงในเส้นเชือก สามารถทำได้ด้วยวิธีการวาดรูปโดยใช้กฎสี่เหลี่ยมด้านขนานและใช้คำนวณจากตรีโกณมิติ ดังนี้



$$\frac{T_1}{\sin 45^\circ} = \frac{T_2}{\sin 30^\circ} = \frac{5\text{kN}}{\sin 105^\circ} \quad \therefore T_1 = 3.66 \text{ kN} \quad T_2 = 2.59 \text{ kN}$$

**การแตกแรง**



ในการแก้ปัญหาโจทย์บางกรณีจำเป็นต้องใช้วิธีการแตกแรง แรง F ที่แตกไปในทิศทางแกน x และแกน y เรียกว่า แรงย่อยในแนวแกน x ( $F_x$ ) และแรงย่อยในแนวแกน y ( $F_y$ ) ตามลำดับ การแตกแรงนี้ใช้การวาดรูปเป็นสี่เหลี่ยม

เมื่อ  $\theta$  คือ มุมที่แรง F กระทำต่อแกน x

$$F_x = F \cos \theta$$

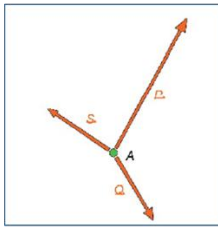
$$F_y = F \sin \theta$$

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$

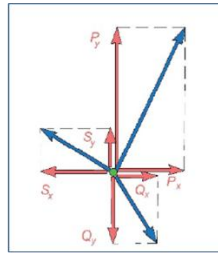
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

**การรวมแรงย่อยแกน x แกน y**

มีแรง 3 แรง คือ แรง P Q S กระทำต่อจุด A (ก) เมื่อต้องการรวมแรงทั้ง 3 แรงนี้ ให้เริ่มจากการแตกแรงแต่ละแรงออกเป็นแรงย่อยในแนวแกน x และแกน y (ข)



$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{S}$$



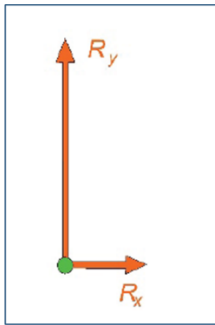
$$R_x = P_x + Q_x + S_x$$

$$R_y = P_y + Q_y + S_y$$

หรือสามารถเขียนได้ว่า

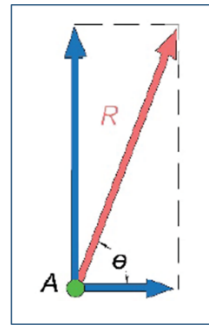
$$R_x = \sum F_x \quad R_y = \sum F_y$$

(ก)



(ค)

รวมแรงย่อยในแนวแกน x และแกน y ได้ดังรูป (ค)



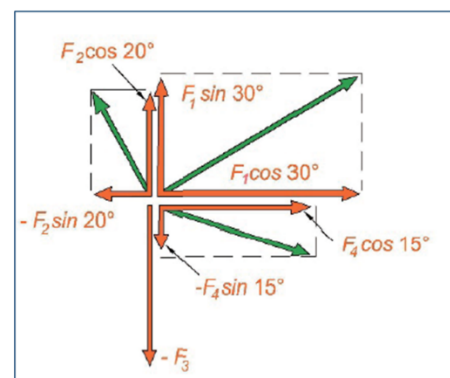
(ง)

หาแรงรวม R โดยใช้กฎสี่เหลี่ยมด้านขนาน  
แรงรวม R แสดงดังรูป (ง)

### วิธีทำ

คำนวณหาแรงย่อยในแนวแกน x และแกน y ของแรงแต่ละแรง  
แรงจะมีค่าเป็นบวกหรือลบขึ้นกับทิศทางการตามแกน

นั่นคือ แรงย่อยตามแนวแกน x มีค่าเป็นบวกเมื่อแรงหันทิศไป  
ทางขวา ส่วนแรงย่อยในแนวแกน y มีค่าเป็นบวกเมื่อมีทิศชี้ขึ้น

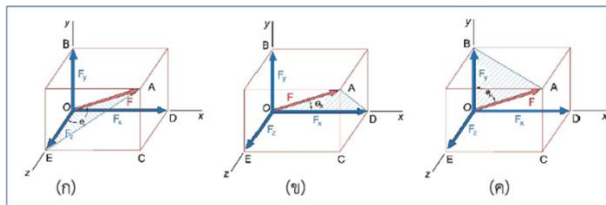


แรงย่อยของแต่ละแรง แสดงดังตาราง

แรง	ขนาด (N)	แรงแนวแกน x (N)	แรงแนวแกน y (N)
F <sub>1</sub>	150	+129.9	+75.0
F <sub>2</sub>	80	-27.4	+75.2
F <sub>3</sub>	110	0	-110.0
F <sub>4</sub>	100	+96.6	-25.9
		R <sub>x</sub> = +199.1	R <sub>y</sub> = +14.3

ระบบแรงปริภูมิ

ความสัมพันธ์ระหว่างแรง F กับแรงย่อย F<sub>x</sub> F<sub>y</sub> และ F<sub>z</sub> คือ



$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$F_x = F \cos \theta_x \quad F_y = F \cos \theta_y$$

เมื่อมุม  $\theta_x$   $\theta_y$  และ  $\theta_z$

$$\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_z = 1$$

คือมุมที่แรง F กระทำกับแกน x y และ z ตามลำดับ

6. แบบฝึกหัด/แบบทดสอบ

1. จงอธิบายกฎต่างๆ ที่ใช้ในการบวกเวกเตอร์ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงอธิบายวิธีการแตกแรง (การหาค่าประกอบของเวกเตอร์) ในระนาบ x-y พร้อมเขียนสูตรที่ใช้  
เฉลย การแตกแรงหรือการหาค่าประกอบของเวกเตอร์ในระนาบ x-y เป็นการแยกเวกเตอร์ออกเป็น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## 7. เอกสารอ้างอิง (ขึ้นหน้าใหม่)

อรณณกุล พูลศิริ จันทร์สะอาด. (2567). กลศาสตร์วิศวกรรม (Engineering Mechanics) (30100-1014). เอ็มพันธ์

## 8. ภาคผนวก (เฉลยแบบฝึกหัด เฉลยแบบทดสอบ ฯ)

### 1. จงอธิบายกฎต่างๆ ที่ใช้ในการบวกเวกเตอร์ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

เฉลย

การบวกเวกเตอร์มีกฎสำคัญ 2 กฎ คือ

กฎของการสลับที่ (Commutative Law)

- สำหรับเวกเตอร์  $a$  และ  $b$  ใดๆ  $a + b = b + a$

- ตัวอย่างเช่น ถ้า  $a = 3i + 2j$  และ  $b = 4i - j$

$$a + b = (3i + 2j) + (4i - j) = 7i + j$$

$$b + a = (4i - j) + (3i + 2j) = 7i + j$$

2. กฎของการจัดหมู่ (Associative Law)

- สำหรับเวกเตอร์  $a$ ,  $b$  และ  $c$  ใดๆ:  $(a + b) + c = a + (b + c)$

- ตัวอย่างเช่น ถ้า  $a = 2i - j$ ,  $b = 3i + 2j$  และ  $c = -i + 3j$

$$(a + b) + c = ((2i - j) + (3i + 2j)) + (-i + 3j) = (5i + j) + (-i + 3j) = 4i + 4j$$

$$a + (b + c) = (2i - j) + ((3i + 2j) + (-i + 3j)) = (2i - j) + (2i + 5j) = 4i + 4j$$

เวกเตอร์สามารถบวกกันได้โดยการรวมองค์ประกอบในแต่ละแกน

ถ้า  $a = "a" \_ "x" \_ "i" + "a" \_ "y" \_ "j" + "a" \_ "z" \_ "k"$  และ  $b = "b" \_ "x" \_ "i" + "b" \_ "y" \_ "j" + "b" \_ "z" \_ "k"$

แล้ว  $a + b = ("a" \_ "x" + "b" \_ "x")i + ("a" \_ "y" + "b" \_ "y")j + ("a" \_ "z" + "b" \_ "z")k$

ในการบวกเวกเตอร์เชิงกราฟิก เราสามารถใช้วิธีหางต่อหัว โดยนำหางของเวกเตอร์ที่สองมาต่อกับหัวของเวกเตอร์แรก แล้วลากเส้นจากจุดเริ่มต้นของเวกเตอร์แรกไปยังปลายของเวกเตอร์ที่สอง เส้นนี้คือเวกเตอร์ผลบวก

### 2. จงอธิบายวิธีการแตกแรง (การหาค่าประกอบของเวกเตอร์) ในระนาบ $x$ - $y$ พร้อมเขียนสูตรที่ใช้

เฉลย การแตกแรงหรือการหาค่าประกอบของเวกเตอร์ในระนาบ  $x$ - $y$  เป็นการแยกเวกเตอร์ออกเป็น ส่วนประกอบในแนวแกน  $x$  และแกน  $y$  โดยใช้หลักตรีโกณมิติ

สำหรับเวกเตอร์  $a$  ที่มีขนาด  $a$  และทำมุม  $\theta$  กับแกน  $x$

วิธีการแตกแรง

สร้างแนวแกน  $x$  และแกน  $y$

วางเวกเตอร์  $a$  โดยให้หางอยู่ที่จุดกำเนิด และหัวชี้ไปในทิศที่ทำมุม  $\theta$  กับแกน  $x$

ลากเส้นจากหัวของเวกเตอร์  $a$  ลงมาตั้งฉากกับแกน  $x$  และแกน  $y$

สูตรที่ใช้

องค์ประกอบในแนวแกน  $x$

$$"a" \_ "x" = a \cos \theta$$

องค์ประกอบในแนวแกน  $y$

$$"a" \_ "y" = a \sin \theta$$

จากนั้นเวกเตอร์  $a$  สามารถเขียนได้เป็น

$$a = "a" \_ "x" \_ i + "a" \_ "y" \_ j = a \cos \theta \_ i + a \sin \theta \_ j$$

ในทางกลับกัน ถ้าทราบองค์ประกอบ  $ax$  และ  $ay$

$$\text{ขนาดของเวกเตอร์ } a = \sqrt{["a" \_ "x"] \^2 + ["a" \_ "y"] \^2}$$

ทิศทาง (มุมกับแกน x)

$$\theta = \left[ \tan^{-1} \left( \frac{a_y}{a_x} \right) \right]$$


ในกรณีที่ต้องแตกแรงในทิศทางที่ไม่ใช่แกน x และแกน y แต่เป็นทิศทางใดๆ ที่ทำมุม  $\alpha$  และ  $\beta$  กับเวกเตอร์ a

องค์ประกอบในทิศทางที่ทำมุม  $\alpha$

$$a \cos \alpha$$

องค์ประกอบในทิศทางที่ทำมุม  $\beta$

$$a \cos \beta$$

	<b>ใบกิจกรรม ที่ 2</b>	หน่วยที่ 2
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 3-4
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบแรง	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน ระบบแรง		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาแรงรวมในระนาบ แรงย่อยโดยการแตกแรง แรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$  และ  $y$  และแรงในระบบปริภูมิด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการหาแรงย่อยในแนวแกน  $x$  แกน  $y$  ของแรงที่กำหนดให้
2. คำนวณหาแรงลัพธ์ของแรงหลายแรงที่กำหนดให้

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกความหมายของสเกลาร์และเวกเตอร์ได้
2. หาแรงรวมในระนาบได้
3. คำนวณหาแรงย่อยโดยการแตกแรงได้
4. คำนวณหาแรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x y$  ได้
5. คำนวณแรงในระบบปริภูมิได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจการวิเคราะห์ ระบบแรง และสมมูลของแรง ได้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น - สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง เช่น งานโครงสร้าง การยกของ หรือเครื่องกล - พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่าง

### 6. ขั้นตอนการทำกิจกรรม

แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัดที่ แบบฝึกหัดที่ 2.1 มาเป็นประเด็นในการสรุป

## 7. สรุปและอภิปราย


แรงเป็นหัวใจสำคัญของกลศาสตร์วิศวกรรม ความรู้เกี่ยวกับระบบแรงจะเป็นพื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการศึกษากลศาสตร์ในขั้นสูงต่อไป เช่น การวิเคราะห์โครงสร้าง การวิเคราะห์ความเค้น แรงเป็นเวกเตอร์ชนิดหนึ่ง ซึ่งต้องมีการกำหนดทั้งขนาดและทิศทาง การรวมแรงจึงไม่สามารถทำแบบพีชคณิตทั่วไปได้ ในหน่วยการเรียนรู้นี้เป็นการศึกษาลักษณะของแรงการรวมแรงแบบต่าง ๆ ทั้งในระนาบและระบบปริภูมิ

## 8. การประเมินผล

1. ครูและนักศึกษาร่วมกันสรุปตามประเด็น ดังนี้
  - การแตกแรงช่วยให้การคำนวณแรงง่ายขึ้น
  - การรวมแรงย่อยแกน  $x$ - $y$  สามารถใช้แก้โจทย์สองมิติได้
  - ระบบแรงปริภูมิเป็นการขยายแนวคิดไปยังสามมิติ
2. ครูมอบหมายให้ทำแบบทดสอบหน่วยที่ 2 เป็นการทำบ้าน เพื่อนำส่งในการเรียนครั้งต่อไป
3. นักศึกษาทำแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยที่ 2 เรื่องระบบแรง

## 9. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	ใบงาน ที่ 2	หน่วยที่ 2
	รหัสวิชา...30100-1014..... ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 3-4
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบแรง	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน ระบบแรง		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาแรงรวมในระนาบ แรงย่อยโดยการแตกแรง แรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$  และ  $y$  และแรงในระบบปริภูมิด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการหาแรงย่อยในแนวแกน  $x$  แกน  $y$  ของแรงที่กำหนดให้
2. คำนวณหาแรงลัพธ์ของแรงหลายแรงที่กำหนดให้

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกความหมายของสเกลาร์และเวกเตอร์ได้
2. หาแรงรวมในระนาบได้
3. คำนวณหาแรงย่อยโดยการแตกแรงได้
4. คำนวณหาแรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x y$  ได้
5. คำนวณหาแรงในระบบปริภูมิได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจการวิเคราะห์ ระบบแรง และสมดุลของแรง ได้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น - สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง เช่น งานโครงสร้าง การยกของ หรือเครื่องกล - พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่าง

### 6. คำแนะนำ/ข้อควรระวัง

.....

## 7. ขั้นตอนการปฏิบัติงาน

1. แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัดที่ 2.1 การรวมแรงในระนาบ
2. ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนและให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจคำตอบของกลุ่มอื่นที่ออกมานำเสนอ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหาของคำตอบ

## 8. สรุปและวิจารณ์ผล

แรงเป็นหัวใจสำคัญของกลศาสตร์วิศวกรรม ความรู้เกี่ยวกับระบบแรงจะเป็นพื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการศึกษากลศาสตร์ในขั้นสูงต่อไป เช่น การวิเคราะห์โครงสร้าง การวิเคราะห์ความเค้น แรงเป็นเวกเตอร์ชนิดหนึ่ง ซึ่งต้องมีการกำหนดทั้งขนาดและทิศทาง การรวมแรงจึงไม่สามารถทำแบบพีชคณิตทั่วไปได้ ในหน่วยการเรียนรู้นี้เป็นการศึกษาลักษณะของแรงการรวมแรงแบบต่าง ๆ ทั้งในระนาบและระบบปริภูมิ

## 9. การประเมินผล

ชื่อ-สกุล..... รหัสประจำตัวนักเรียน.....  
 ระดับชั้น..... กลุ่ม..... แผนกวิชา.....  
 ไปปฏิบัติงานที่..... วิชา.....

จุดที่	ขนาดตามแบบ	พิกัดที่กำหนด	คะแนนเต็ม	ขนาดที่วัดได้	คะแนนที่ได้
		รวม			


### 9.1 เกณฑ์การประเมิน

หมายเหตุ	ผลการประเมิน
	ได้ร้อยละ 80-100 ดีมาก 70-79 ดี 60-69 พอใช้ 50-59 ต้องปรับปรุง น้อยกว่า 50 ต่ำกว่าเกณฑ์

ลงชื่อ..... (.....) นักเรียน-นักศึกษา	ลงชื่อ..... (.....) ผู้ตรวจ	คะแนนที่ได้ .....
---	-----------------------------------	----------------------

## 10. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบมอบหมายงาน ที่ 2</b>	หน่วยที่ 2
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 3-4
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบแรง	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน ระบบแรง		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาแรงรวมในระนาบ แรงย่อยโดยการแตกแรง แรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$  และ  $y$  และแรงในระบบปริภูมิด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                      |   |             |   |
|----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ      | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บุคลากรกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการหาแรงย่อยในแนวแกน  $x$  แกน  $y$  ของแรงที่กำหนดให้
2. คำนวณหาแรงลัพธ์ของแรงหลายแรงที่กำหนดให้

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกความหมายของสเกลาร์และเวกเตอร์ได้
2. หาแรงรวมในระนาบได้
3. คำนวณหาแรงย่อยโดยการแตกแรงได้
4. คำนวณหาแรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x y$  ได้
5. คำนวณแรงในระบบปริภูมิได้

### 5. รายละเอียดของงาน

1. งานที่มอบหมายนอกเหนือเวลาเรียน ให้ทำแบบทดสอบหน่วยที่ 2
2. สืบค้นข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับระบบแรง

### 6. กำหนดเวลาส่งงาน หลังการการสอนเสร็จสิ้น

### 7. แนวทางในการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 2.1-2.3
2. ผลประเมินการนำเสนอหัวข้อระบบแรง

### 8. แหล่งข้อมูลค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

### 9. การประเมินผล

1. ครูและนักศึกษาร่วมกันสรุปตามประเด็น ดังนี้
  - การแตกแรงช่วยให้การคำนวณแรงง่ายขึ้น
  - การรวมแรงย่อยแกน  $x-y$  สามารถใช้แก้โจทย์สองมิติได้
  - ระบบแรงปริภูมิเป็นการขยายแนวคิดไปยังสามมิติ
2. ครูมอบหมายให้ทำแบบทดสอบหน่วยที่ 2 เป็นการบ้าน เพื่อนำส่งในการเรียนครั้งต่อไป
3. นักศึกษาทำแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยที่ 2 เรื่องระบบแรง

**วิทยาลัยเทคนิคบางสะพาน**  
**แบบประเมินด้านคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์**

สาขาวิชา.....สาขางาน.....ระดับชั้น.....กลุ่ม.....

ลำดับ ที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมิน										คะแนนรวม	คะแนนเฉลี่ย
		ยึดมั่นในสถาบันฯ	ละเว้นอภัยมุข	ความมีวินัย	ความสามัคคี	จิตอาสา	ขยันและ	ประหยัด	ซื่อสัตย์	สุภาพ	ตรงต่อเวลา		
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													

หมายเหตุ

- เกณฑ์การประเมินคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์

- 3 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนแสดงประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอและเป็นผู้ทำได้
- 2 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอ
- 1 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติไม่สม่ำเสมอ
- 0 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนไม่ประพฤติปฏิบัติ

### บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

1) วัน เดือน ปี .....สอนครั้งที่ .../.... สาขา/ชั้นปี .....จำนวนผู้เรียน.....คน  
มาเรียนปกติ.....คน ขาดเรียน.....คน ลาป่วย.....คน ลากิจ.....คน มาสาย.....คน

2) หัวข้อเรื่อง/เนื้อหาสาระ :

.....  
 สอนครบตามหัวข้อเรื่องในแผนฯ  สอนไม่ครบเนื่องจาก.....

3) กิจกรรม/วิธีการสอน

ครูแนะนำและบอกจุดประสงค์  ครูอธิบาย/ถาม-ตอบ/สาธิต/

ทำแบบทดสอบก่อนเรียน  ทำแบบทดสอบหลังเรียน

ทำแบบฝึกหัด/โจทย์ปัญหา  ทำใบกิจกรรม/ใบงาน

อื่น ๆ (ระบุ).....

4) สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ : .....

#### 11.2 ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

1) การวัดผลและประเมินผล/ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน : .....

2) สมรรถนะที่ผู้เรียนได้รับ : .....

3) สอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม : .....


4) ผลการสอนของครู : .....

5) ปัญหาที่นำไปสู่การวิจัย : .....

#### 11.3 แนวทางการพัฒนาคุณภาพการสอน/แก้ปัญหา

1) ผลการใช้และปรับปรุงแผนการสอนครั้งนี้ : .....

2) แนวทางพัฒนาคุณภาพวิธีสอน/สื่อ/การวัดผล/เอกสารช่วยสอน: .....

	<b>แผนการจัดการเรียนรู้</b>	<b>หน่วยที่ 3</b>
	รหัสวิชา...30100-1014.....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 5-7
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โมเมนต์และแรงคู่ควบ	ทฤษฎี 9 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง/ โมเมนต์และแรงคู่ควบ		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาแรงรวมในระนาบ แรงย่อยโดยการแตกแรง แรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$  และ  $y$  และแรงในระบบปริภูมิด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. คำนวณโมเมนต์จากแรงที่มากกระทำต่อวัตถุรอบจุดหมุน
2. คำนวณโมเมนต์จากแรงคู่ควบที่กำหนดให้

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณโมเมนต์ของแรงได้
2. คำนวณหาโมเมนต์รวมในระนาบได้
3. คำนวณโมเมนต์ในปริภูมิได้
4. คำนวณหาโมเมนต์รวมในปริภูมิได้
5. คำนวณหาแรงคู่ควบได้
6. คำนวณหาโมเมนต์รวมของแรงคู่ควบได้

### 5. สารการเรียนรู้

1. โมเมนต์ของแรง
2. โมเมนต์รวมในระนาบ
3. โมเมนต์ในปริภูมิ
4. โมเมนต์รวมในปริภูมิ
5. แรงคู่ควบ
6. การรวมโมเมนต์ของแรงคู่ควบ

### 6. กิจกรรมการเรียนรู้

#### 6.1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

1. นักศึกษาเข้าแถวหน้าชั้นเรียน ครูตรวจสอบความเรียบร้อย ขานชื่อเพื่อตรวจสอบรายชื่อ
2. ครูชี้แจงรายละเอียดเกี่ยวกับผลลัพธ์การเรียนรู้ จุดประสงค์ สมรรถนะและคำอธิบายรายวิชา การวัดผลและประเมินผลการเรียน คุณลักษณะนิสัยที่ต้องการให้เกิดขึ้น และข้อตกลงในการเรียน
3. นักศึกษาทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยที่ 2 เรื่องโมเมนต์และแรงคู่ควบ

#### 6.2 ชี้นำเนื้อหาและการสอน

1. ครูอธิบายพร้อมยกตัวอย่างและให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายร่วมกันกับครู ในหัวข้อ 3.1 โมเมนต์ของแรง และ 3.2 โมเมนต์รวมในระนาบ ดังนี้

- อธิบายแนวคิดโมเมนต์ของแรง นิยาม โมเมนต์ของแรง = แรง  $\times$  ระยะทางตั้งฉากจากจุดหมุน

### 6.3 ขั้นสรุปและการประยุกต์

1. ครูให้นักศึกษากลุ่มเดิม ช่วยกันคิดสถานการณ์จริง เช่น การยกคาน การชันสกรู การใช้ประแจ เลื่อนช่วยกันวิเคราะห์และคำนวณโมเมนต์แรงที่เกิดขึ้น โดยนำเสนอวิธีแก้ปัญหาและอธิบายเหตุผลว่าทำไมแรง บางครั้งถึงต้องใช้มากหรือน้อยลงในกระตาศลิลิปชาร์ต

2. จากนั้นครูสุ่มให้ตัวแทนกลุ่มแต่ละกลุ่ม ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกัน ตรวจสอบสถานการณ์ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหา

### 7. สื่อการเรียนการสอน

สื่อการเรียนรู้ หนังสือเรียน หน่วยที่ 3, PowerPoint ประกอบการสอน และแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน ภาพที่เกี่ยวข้อง เช่น การใช้แรงในการหมุนวัตถุ

### 8. หลักฐานการเรียนรู้

#### 8.1 หลักฐานความรู้

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 3.1-3.3
2. ผลการทำแบบทดสอบหน่วยที่ 3
3. ผลการตรวจแบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 3

#### 8.2 หลักฐานการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 3.1-3.3
2. ผลประเมินการนำเสนอหัวข้อโมเมนต์และแรงคู่ควบ

### 9. การวัดและประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 3	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 3	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 3.1-3.3	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 3	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

## 10. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

### 10.1 ผลการจัดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....  
.....  
.....

### 10.2 ปัญหา อุปสรรคที่พบ

.....  
.....  
.....


### 10.3 การแก้ไขปัญหา

#### 1) ผลการแก้ไขปัญหาที่ส่งผลลัพธ์ที่ดีต่อผู้เรียน

.....  
.....

#### 2) แนวทางแก้ปัญหาในครั้งต่อไป

.....  
.....

	<b>ใบความรู้ ที่ 3</b>	หน่วยที่ 3
	รหัสวิชา 30100-1014... ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 5-7
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โมเมนต์และแรงคู่ควบ	ทฤษฎี 9 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง โมเมนต์และแรงคู่ควบ		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาแรงรวมในระนาบ แรงย่อยโดยการแตกแรง แรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$  และ  $y$  และแรงในระบบปริภูมิด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บุคลากรกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. คำนวณโมเมนต์จากแรงที่มากระทำต่อวัตถุรอบจุดหมุน
2. คำนวณโมเมนต์จากแรงคู่ควบที่กำหนดให้

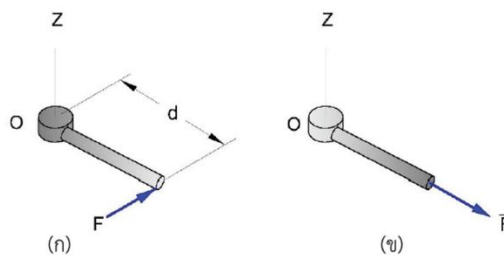
### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณโมเมนต์ของแรงได้
2. คำนวณหาโมเมนต์รวมในระนาบได้
3. คำนวณโมเมนต์ในปริภูมิได้
4. คำนวณหาโมเมนต์รวมในปริภูมิได้
5. คำนวณหาแรงคู่ควบได้
6. คำนวณหาโมเมนต์รวมของแรงคู่ควบได้

### 5. เนื้อหาสาระ

#### โมเมนต์ของแรง

ความพยายามหรือแนวโน้มของแรงที่จะหมุนวัตถุรอบแกนแกนหนึ่ง เรียกว่า โมเมนต์ ดังตัวอย่างการออกแรงคล้ายสลักเกลียวที่ปลายไขควง ดังรูป (ก) จะเกิดแนวโน้มให้สลักเกลียวมีการหมุนที่จุด  $O$  ขนาดของโมเมนต์เป็นสัดส่วนโดยตรงกับขนาดของแรง  $F$  และระยะแกนหมุนหรือระยะ  $d$  เมื่อออกแรงสูงสุดหรือระยะแกนหมุนสูงสุดย่อมทำให้เกิดโมเมนต์สูงสุด ในกรณีแรง  $F$  กระทำในทิศทางเดียวกับแกนหมุน ไขควงจะไม่เกิดการหมุน นั่นคือ โมเมนต์จะมีค่าเป็น 0 ดังรูป (ข)



การเกิดโมเมนต์

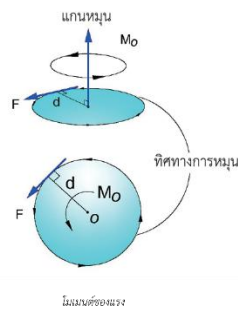
จากข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า เมื่อแรง  $F$  และจุด  $O$  อยู่ในระนาบที่แรง  $F$  ดังรูป จะเกิดโมเมนต์รอบจุด  $O$  ( $M_o$ ) ขนาดของโมเมนต์คำนวณได้จาก

$$M_o = Fd$$

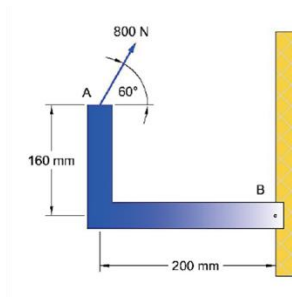
เมื่อ  $d$  คือ ระยะแกนหมุน หรือระยะตั้งฉากจากจุดหมุน ( $O$ ) ไปแนวแรง หน่วยของโมเมนต์ คือ หน่วยของแรงคูณกับระยะทาง ตัวอย่าง เช่น N-m หรือ lb-ft

### ทิศทางของโมเมนต์

ทิศทางของโมเมนต์กำหนดตามกฎมือขวา โดยชี้นิ้วทั้งสี่ไปในทิศทางการหมุนหรือทิศของแรง  $F$  ได้ว่าทิศของนิ้วโป้ง คือ ทิศของโมเมนต์

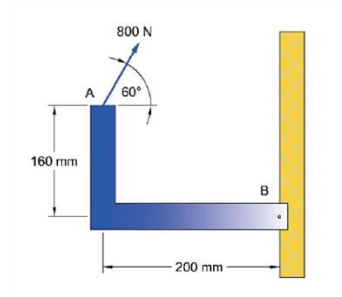


### ตัวอย่าง



แรง 800 N กระทำต่อแขนหมุดดังรูป จงคำนวณหาโมเมนต์ของแรงรอบจุด B

## วิธีทำ



$$\begin{aligned}
 F_x &= F \cos \theta = (800 \text{ N}) \cos 60^\circ = 400 \text{ N} \\
 F_y &= F \sin \theta = (800 \text{ N}) \sin 60^\circ = 693 \text{ N} \\
 \odot + M_B &= xF_y + yF_x \\
 &= (200 \text{ mm})(693 \text{ N}) + (160 \text{ mm})(400 \text{ N}) \\
 &= 202,600 \text{ N}\cdot\text{mm} = 203 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \odot
 \end{aligned}$$

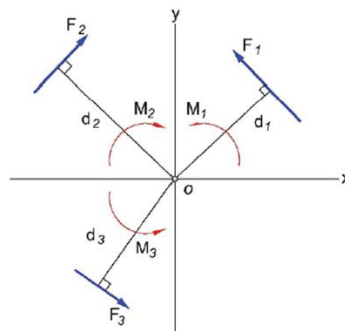
โมเมนต์รอบจุด B กับ 203 N·m ทิศตามเข็มนาฬิกา

## โมเมนต์รวมในระนาบ

เมื่อวัตถุเกิดโมเมนต์มากกว่า 1 โมเมนต์ สามารถนำขนาดของโมเมนต์มารวมกันแบบสเกลาร์โดยกำหนดทิศทางโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกาเป็นบวก และโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกาเป็นลบ ดังรูป สามารถหาโมเมนต์รวมรอบจุด O ได้ดังนี้

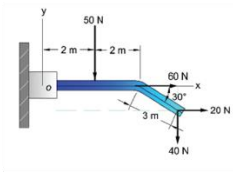
$$\begin{aligned}
 \odot M_O &= \Sigma Fd \\
 &= F_1 d_1 - F_2 d_2 + F_3 d_3
 \end{aligned}$$

ทิศของโมเมนต์รวมขึ้นกับทิศทางที่ได้กำหนดไว้ตอนแรก นั่นคือ โมเมนต์รวมจะมีทิศทวนเข็มนาฬิกาเมื่อผลลัพธ์ของโมเมนต์มีทิศเป็นบวก เช่นเดียวกันถ้าผลลัพธ์มีทิศเป็นลบ นั่นคือ โมเมนต์รวมมีทิศตามเข็มนาฬิกา



โมเมนต์ของแรง

ตัวอย่าง



จากรูป จงคำนวณหาผลรวมของโมเมนต์รอบจุด O ของแรง 4 แรง ที่กระทำต่อคานโยก

วิธีทำ

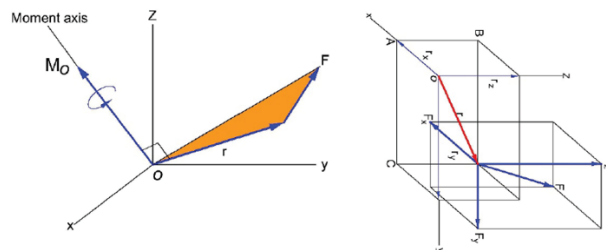
กำหนดให้ทิศทางเข็มนาฬิกาเป็นบวก

$$\begin{aligned} \circlearrowleft M_o &= \Sigma Fd \\ &= -50 \text{ N}(2\text{m}) + 60 \text{ N}(0) + 20 \text{ N}(3 \sin 30^\circ \text{ m}) \\ &\quad - 40 \text{ N}(4 \text{ m} + 3 \cos 30^\circ \text{ m}) \\ &= -334 \text{ N}\cdot\text{m} = 334 \text{ N}\cdot\text{m} \circlearrowleft \end{aligned}$$

โมเมนต์รวมรอบจุด O มีค่าเท่ากับ 334 N·m ทิศตามเข็มนาฬิกา

โมเมนต์ในปริภูมิ

เมื่อกำหนดให้แกน x-y-z เป็นแกนปริภูมิ มีแรง F ทำให้เกิดโมเมนต์ แสดงดังรูป สามารถเขียนสมการคำนวณโมเมนต์ ได้ดังสมการ



โมเมนต์ในระนาบ x-y-z

$$M_o = r \times F$$

เมื่อ  $r_x$   $r_y$  และ  $r_z$  คือ ระยะจากจุดหมุน O ไปยังแนวแรงที่กระทำในแนวแกน x แกน y และแกน z ตามลำดับ  $F_x$   $F_y$  และ  $F_z$  คือ แรงย่อยของ F ในแนวแกน x แกน y และแกน z ตามลำดับ แรงย่อยในแนวแกน x แกน y และแกน z หาได้จาก

$$\begin{aligned} F_x &= F \frac{d_x}{\sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2}} \\ F_y &= F \frac{d_y}{\sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2}} \\ F_z &= F \frac{d_z}{\sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2}} \end{aligned}$$

เมื่อ  $d_x$   $d_y$  และ  $d_z$  คือ ระยะของแรง F ในแนวแกน x แกน y และแกน z ตามลำดับ

จากสมการ

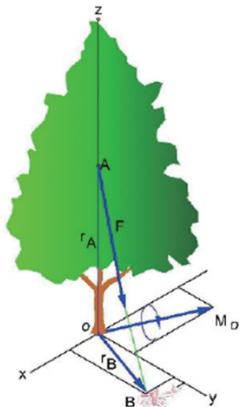
$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

สามารถเขียนสมการเพื่อหาโมเมนต์ย่อยในแต่ละแกนได้ดังสมการ

$$\begin{aligned} M_x &= r_y F_z - r_z F_y \\ M_y &= r_z F_x - r_x F_z \\ M_z &= r_x F_y - r_y F_x \end{aligned}$$

## วิธีทำ

หาแรงย่อยในแนวแกน  $x y z$  ดังนี้



$$\begin{aligned} F_x &= F \frac{d_x}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}} = \frac{4}{\sqrt{(4\text{m})^2 + (12\text{m})^2 + (-12\text{m})^2}} 2\text{kN} \\ &= 0.4588 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_y &= F \frac{d_y}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}} = \frac{12}{\sqrt{(4\text{m})^2 + (12\text{m})^2 + (-12\text{m})^2}} 2\text{kN} \\ &= 1.376 \text{ kN} \end{aligned}$$

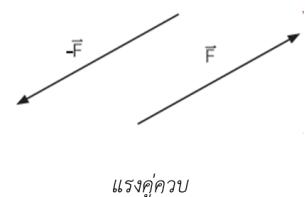
$$\begin{aligned} F_z &= F \frac{d_z}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}} = \frac{-12}{\sqrt{(4\text{m})^2 + (12\text{m})^2 + (-12\text{m})^2}} 2\text{kN} \\ &= -1.376 \text{ kN} \end{aligned}$$

พิจารณา  $r_A$  ขนาดของ  $r_A$  ในแนวแกน  $x$  แกน  $y$  มีค่าดังนี้

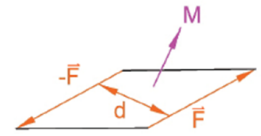
$$r_{Ax} = 0 \quad r_{Ay} = 0 \quad r_{Az} = 12$$

## แรงคู่ควบ

**แรงคู่ควบ (Couple)** คือ แรง 2 แรงที่ขนานกัน มีขนาดเท่ากันแต่มีทิศตรงข้ามกัน แรงทั้งสองมีระยะห่างเท่ากับ  $d$  ด้วยแรงลัพธ์ของแรงคู่ควบมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้น แรงคู่ควบจะทำให้เกิดการหมุนเท่านั้นไม่สามารถทำให้เกิดการเคลื่อนที่ได้



โมเมนต์ที่เกิดจากแรงคู่ควบ เรียกว่า **โมเมนต์ของแรงคู่ควบ (Couple Moment)** คำนวณได้ตามสมการ  $M = Fd$

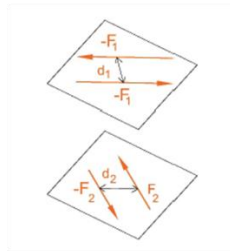


โมเมนต์แรงคู่ควบ

จากคำนิยามของโมเมนต์ของแรงคู่ควบ พบว่าแรงคู่ควบ 2 คู่ ( $F_1$  กับ  $-F_1$  และ  $F_2$  กับ  $-F_2$ ) จะมีโมเมนต์เท่ากันเมื่อ

$$F_1 d_1 = F_2 d_2$$

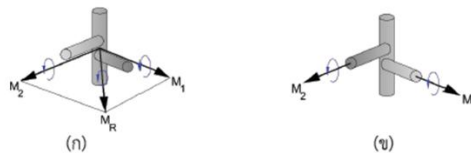
และแรงทั้ง 2 คู่ กระทำในระนาบที่ขนานกันหรือในระนาบเดียวกันและมีทิศทางเดียวกัน



โมเมนต์ของแรงคู่ควบ

**การรวมโมเมนต์ของแรงคู่ควบ**

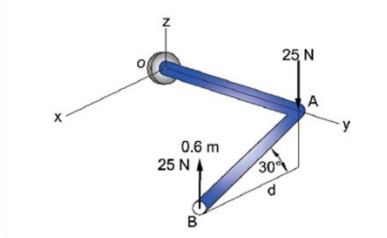
โมเมนต์ของแรงคู่ควบเป็นเวกเตอร์ ดังนั้นการรวมโมเมนต์ต้องรวมแบบเวกเตอร์ ตัวอย่างเช่น มีโมเมนต์  $M_1$  และ  $M_2$  (ก) ด้วยโมเมนต์ทั้งสองเป็นเวกเตอร์อิสระ สามารถรวมโมเมนต์ โดยการนำหางของโมเมนต์มาต่อชนในระนาบเดียวกัน โดยที่  $M_R = M_1 + M_2$  (ข)



การรวมโมเมนต์ของแรงคู่ควบ

ถ้ามีโมเมนต์ของแรงคู่ควบมากกว่า 2 โมเมนต์ สามารถเขียนในรูปทั่วไปได้ดังสมการ  $M_R = \Sigma (r \times F)$

**วิธีทำ**



$$d = 0.6 \cos 30^\circ = 0.5196 \text{ m}$$

$$M = Fd = 25 \text{ N} (0.5196 \text{ m}) = 13.0 \text{ N}\cdot\text{m}$$

จากกฎมือขวา ทิศของโมเมนต์อยู่ในแกน y เป็นลบ โมเมนต์ของแรงคู่ควบเท่ากับ 13.0 N·m ทิศลบในแนวแกน y

**6. แบบฝึกหัด/แบบทดสอบ**

1. อธิบายกฎสามเหลี่ยม (Triangle Rule) ในการรวมเวกเตอร์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ระบบแรงปริภูมิแตกต่างจากระบบแรงในระนาบอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. แรง P = 120 N กระทำทำมุม 40° กับแกน x และแรง Q = 80 N กระทำทำมุม 60° กับแกน x โดยทั้งสองแรงอยู่ในระนาบเดียวกัน จงหาแรงลัพธ์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## 7. เอกสารอ้างอิง (ขึ้นหน้าใหม่)

อรรถณฤมล พูลศิริ จันท์ระสาอด. (2567). กลศาสตร์วิศวกรรม (Engineering Mechanics) (30100-1014). เอ็มพันธ์

## 8. ภาคผนวก (เฉลยแบบฝึกหัด เฉลยแบบทดสอบ ฯ)

### 1. อธิบายกฎสามเหลี่ยม (Triangle Rule) ในการรวมเวกเตอร์

เฉลย กฎสามเหลี่ยม คือ การรวมเวกเตอร์โดยใช้กฎสามเหลี่ยม เริ่มจากการนำเวกเตอร์ B มารวมกับเวกเตอร์ A ตามหลักการ "หางต่อหัว (Head-to-Tail)" คือ นำหางของเวกเตอร์ B มาต่อที่หัวของเวกเตอร์ A เวกเตอร์ลัพธ์ R เกิดจากการลากเส้นจากหางของเวกเตอร์ A ไปยังหัวของเวกเตอร์ B

### 2. ระบบแรงปริภูมิแตกต่างจากระบบแรงในระนาบอย่างไร

เฉลย ระบบแรงในระนาบ (2 มิติ) จำกัดการพิจารณาเฉพาะในระนาบเดียว แรงมีเพียงแรงย่อยในแนวแกน x และแกน y

ระบบแรงปริภูมิ (3 มิติ) ต้องพิจารณาแรงในระบบสามมิติ แรงมีแรงย่อยทั้งในแนวแกน x, y และ z ต้องใช้ความสัมพันธ์  $\cos^2\theta_x + \cos^2\theta_y + \cos^2\theta_z$

3. แรง P = 120 N กระทำทำมุม 40° กับแกน x และแรง Q = 80 N กระทำทำมุม 60° กับแกน x โดยทั้งสองแรงอยู่ในระนาบเดียวกัน จงหาแรงลัพธ์

**วิธีทำ** หาแรงย่อยของแรง P

$$P_x = 120 \cos 40^\circ = 91.93 \text{ N}$$

$$P_y = 120 \sin 40^\circ = 77.14 \text{ N}$$

หาแรงย่อยของแรง Q

$$Q_x = 80 \cos 60^\circ = 40 \text{ N}$$

$$Q_y = 80 \sin 60^\circ = 69.28 \text{ N}$$

หาแรงลัพธ์ย่อย

$$R_x = P_x + Q_x = 91.93 + 40 = 131.93 \text{ N}$$


$$R_y = P_y + Q_y = 77.14 + 69.28 = 146.42 \text{ N}$$

หาแรงลัพธ์

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{131.93^2 + 146.42^2} = 197.27 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = \tan^{-1}\frac{146.42}{131.93} = 48.0^\circ$$

∴ R = 197.27 N ทำมุม 48.0° กับแกน x

	<b>ใบกิจกรรม ที่ 3</b>	หน่วยที่ 3
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 6-7
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โมเมนต์และแรงคู่ควบ	ทฤษฎี 9 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน โมเมนต์และแรงคู่ควบ		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาแรงรวมในระนาบ แรงย่อยโดยการแตกแรง แรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$  และ  $y$  และแรงในระบบปริภูมิด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. คำนวณโมเมนต์จากแรงที่มากระทำต่อวัตถุรอบจุดหมุน
2. คำนวณโมเมนต์จากแรงคู่ควบที่กำหนดให้

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณโมเมนต์ของแรงได้
2. คำนวณหาโมเมนต์รวมในระนาบได้
3. คำนวณโมเมนต์ในปริภูมิได้
4. คำนวณหาโมเมนต์รวมในปริภูมิได้
5. คำนวณหาแรงคู่ควบได้
6. คำนวณหาโมเมนต์รวมของแรงคู่ควบได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ ชุดทดลองคาน ตุ้มน้ำหนัก จุดหมุน ตลับเมตร	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ เชือก/เส้นเอ็น สกรู/ตะปู/คลิปหนีบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม แอปพลิเคชันคำนวณ วิศวกรรม	- การคำนวณโมเมนต์ การใช้สมการ และ ตรีโกณมิติ - ความเข้าใจเรื่องแรง การหมุน และสมดุล - การออกแบบ โครงสร้าง เช่น คาน สะพาน เครื่องกล - การใช้โปรแกรมช่วย วิเคราะห์แรงและ โมเมนต์

### 6. ขั้นตอนการทำกิจกรรม

แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัดที่ แบบฝึกหัดที่ 3.1 มาเป็นประเด็นในการสรุป

## 7. สรุปและอภิปราย


วัตถุใด ๆ เมื่อมีแรงมากระทำย่อมต้องมีผลต่อการกระทำนั้น แรงที่ทำให้เกิดการหมุนเรียกว่าโมเมนต์ของแรง (Moment of Force) นั้นหมายถึง ผลของแรงที่กระทำต่อวัตถุหมุนไปรอบจุดหมุนดังนั้นค่าโมเมนต์ของแรงหาได้จากผลคูณของแรงนั้นกับระยะตั้งฉากจากแนวแรงถึงจุดหมุนแรงคู่ควบ คือ แรงขนาน 2 แรงที่มีขนาดเท่ากันกระทำต่อวัตถุหนึ่งหรือระบบหนึ่งในทิศตรงข้ามเป็นแรงทำให้วัตถุไม่สมดุลต่อการหมุน เนื่องจากแรงลัพธ์ของแรงคู่ควบเป็นศูนย์เพราะแรงทั้งสองมีขนาดเท่ากัน แรงคู่ควบจึงจะไม่มีผลในการเลื่อนตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุที่เป็นอิสระ แต่จะมีผลเฉพาะทำให้เกิดการหมุนอย่างเดียว นั่นคือเกิดโมเมนต์ขึ้น โมเมนต์ของแรงคู่ควบใด ๆ มีขนาดเท่ากับผลคูณของขนาดของแรงใดแรงหนึ่งกับระยะตั้งฉากระหว่างแนวแรงทั้งสอง ซึ่งจะหมุนตามเข็มนาฬิกาหรือหมุนทวนเข็มนาฬิกาขึ้นอยู่กับทิศของแรงคู่ควบ

## 8. การประเมินผล

1. ครูและนักศึกษาร่วมกันสรุปเกี่ยวกับโมเมนต์ในปริภูมิ โมเมนต์รวมในปริภูมิ โดยใช้แบบฝึกหัดที่ 3.2 มาเป็นประเด็นในการสรุป
2. ครูมอบหมายให้ทำแบบทดสอบหน่วยที่ 3 เป็นการบ้าน เพื่อนำส่งในการเรียนครั้งต่อไป
3. นักศึกษาทำแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยที่ 3 เรื่องโมเมนต์และแรงคู่ควบ

## 9. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบงาน ที่ 3</b>	หน่วยที่ 2
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 5-7
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โมเมนต์และแรงคู่ควบ	ทฤษฎี 9 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน โมเมนต์และแรงคู่ควบ		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

#### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาแรงรวมในระนาบ แรงย่อยโดยการแตกแรง แรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$  และ  $y$  และแรงในระบบปริภูมิด้วยความละเอียด รอบคอบ

#### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บุคลากรกลุ่มอาชีพ -

#### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. คำนวณโมเมนต์จากแรงที่มากระทำต่อวัตถุรอบจุดหมุน
2. คำนวณโมเมนต์จากแรงคู่ควบที่กำหนดให้

#### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณโมเมนต์ของแรงได้
2. คำนวณหาโมเมนต์รวมในระนาบได้
3. คำนวณโมเมนต์ในปริภูมิได้
4. คำนวณหาโมเมนต์รวมในปริภูมิได้
5. คำนวณหาแรงคู่ควบได้
6. คำนวณหาโมเมนต์รวมของแรงคู่ควบได้

#### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บุคลากรรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ ชุดทดลองคาน ตุ้มน้ำหนัก จุดหมุน ตลับเมตร	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ เชือก/เส้นเอ็น สกรู/ตะปู/คลิปหนีบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม แอปพลิเคชันคำนวณ วิศวกรรม	- การคำนวณโมเมนต์ การใช้สมการ และ ตรีโกณมิติ - ความเข้าใจเรื่องแรง การหมุน และสมดุล - การออกแบบ โครงสร้าง เช่น คาน สะพาน เครื่องกล - การใช้โปรแกรมช่วย วิเคราะห์แรงและ โมเมนต์

#### 6. คำแนะนำ/ข้อควรระวัง

.....

## 7. ขั้นตอนการปฏิบัติงาน

1. แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัด 3.3 การรวมโมเมนต์ของแรงคู่ควบ โดยให้วาดแรงคู่ควบและระยะตั้งฉาก คำนวณโมเมนต์ของแรงคู่ควบแต่ละชุด รวมโมเมนต์ เพื่อหาโมเมนต์รวมของแรงคู่ควบ ลงในกระดาษคลิปปาร์ต

2. ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจคำตอบของกลุ่มอื่นที่ออกมานำเสนอ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหาของคำตอบ

## 8. สรุปและวิจารณ์ผล

วัตถุใด ๆ เมื่อมีแรงมากระทำย่อมต้องมีผลต่อการกระทำนั้น แรงที่ทำให้เกิดการหมุนเรียกว่าโมเมนต์ของแรง (Moment of Force) นั้นหมายถึง ผลของแรงที่กระทำต่อวัตถุหมุนไปรอบจุดหมุน ดังนั้นค่าโมเมนต์ของแรงหาได้จากผลคูณของแรงนั้นกับระยะตั้งฉากจากแนวแรงถึงจุดหมุนแรงคู่ควบ คือ แรงขนาน 2 แรงที่มีขนาดเท่ากันกระทำต่อวัตถุหนึ่งหรือระบบหนึ่งในทิศตรงข้ามเป็นแรงทำให้วัตถุไม่สมดุลต่อการหมุน เนื่องจากแรงลัพธ์ของแรงคู่ควบเป็นศูนย์เพราะแรงทั้งสองมีขนาดเท่ากัน แรงคู่ควบจึงจะไม่มีผลในการเลื่อนตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุที่เป็นอิสระ แต่จะมีผลเฉพาะทำให้เกิดการหมุนอย่างเดียว นั่นคือเกิดโมเมนต์ขึ้น โมเมนต์ของแรงคู่ควบใด ๆ มีขนาดเท่ากับผลคูณของขนาดของแรงใดแรงหนึ่งกับระยะตั้งฉากระหว่างแนวแรงทั้งสอง ซึ่งจะหมุนตามเข็มนาฬิกาหรือหมุนทวนเข็มนาฬิกาขึ้นอยู่กับทิศของแรงคู่ควบ

## 9. การประเมินผล

ชื่อ-สกุล..... รหัสประจำตัวนักเรียน.....

ระดับชั้น..... กลุ่ม..... แผนกวิชา.....

ไปปฏิบัติงานที่..... วิชา.....

จุดที่	ขนาดตามแบบ	พิสัยที่กำหนด	คะแนนเต็ม	ขนาดที่วัดได้	คะแนนที่ได้
		รวม			


## 9.1 เกณฑ์การประเมิน

หมายเหตุ	ผลการประเมิน
	ใต้ร้อยละ 80-100 ดีมาก 70-79 ดี 60-69 พอใช้ 50-59 ต้องปรับปรุง น้อยกว่า 50 ต่ำกว่าเกณฑ์

ลงชื่อ..... (.....) นักเรียน-นักศึกษา	ลงชื่อ..... (.....) ผู้ตรวจ	คะแนนที่ได้ .....
---	-----------------------------------	----------------------

## 10. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบมอบหมายงาน ที่ 3</b>	หน่วยที่ 3
	รหัสวิชา 30100-1014.....ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 5-7
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โมเมนต์และแรงคู่ควบ	ทฤษฎี 9 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน โมเมนต์และแรงคู่ควบ		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาแรงรวมในระนาบ แรงย่อยโดยการแตกแรง แรงรวมจากแรงย่อยในระนาบ  $x$  และ  $y$  และแรงในระบบปริภูมิด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                      |   |             |   |
|----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ      | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บุคลากรกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. คำนวณโมเมนต์จากแรงที่มากกระทำต่อวัตถุรอบจุดหมุน
2. คำนวณโมเมนต์จากแรงคู่ควบที่กำหนดให้

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณโมเมนต์ของแรงได้
2. คำนวณหาโมเมนต์รวมในระนาบได้
3. คำนวณโมเมนต์ในปริภูมิได้
4. คำนวณหาโมเมนต์รวมในปริภูมิได้
5. คำนวณหาแรงคู่ควบได้
6. คำนวณหาโมเมนต์รวมของแรงคู่ควบได้

### 5. รายละเอียดของงาน

1. งานที่มอบหมายนอกเหนือเวลาเรียน ให้ทำแบบทดสอบหน่วยที่ 3
2. สืบค้นข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับโมเมนต์และแรงคู่ควบ

### 6. กำหนดเวลาส่งงาน หลังการการสอนเสร็จสิ้น

### 7. แนวทางในการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 3.1-3.3
2. ผลประเมินการนำเสนอหัวข้อโมเมนต์และแรงคู่ควบ

### 8. แหล่งข้อมูลค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

### 9. การประเมินผล

1. ครูและนักศึกษาร่วมกันสรุปเกี่ยวกับนิยามโมเมนต์แรง สูตรโมเมนต์แรงและโมเมนต์รวมโดยใช้แบบฝึกหัดที่ 3.1 มาเป็นประเด็นในการสรุป

**วิทยาลัยเทคนิคบางสะพาน**  
**แบบประเมินด้านคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์**

สาขาวิชา.....สาขางาน.....ระดับชั้น.....กลุ่ม.....

ลำดับ ที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมิน										คะแนนรวม	คะแนนเฉลี่ย
		ยึดมั่นในสถาบันฯ	ละเว้นอภัยมุข	ความมีวินัย	ความสามัคคี	จิตอาสา	ขยันและ	ประหยัด	ซื่อสัตย์	สุภาพ	ตรงต่อเวลา		
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													

หมายเหตุ

- เกณฑ์การประเมินคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์

- 3 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนแสดงประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอและเป็นผู้ทำได้
- 2 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอ
- 1 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติไม่สม่ำเสมอ
- 0 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนไม่ประพฤติปฏิบัติ

### บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

1) วัน เดือน ปี .....สอนครั้งที่ .../... สาขา/ชั้นปี .....จำนวนผู้เรียน.....คน  
มาเรียนปกติ.....คน ขาดเรียน.....คน ลาป่วย.....คน ลากิจ.....คน มาสาย.....คน

2) หัวข้อเรื่อง/เนื้อหาสาระ :

.....  
 สอนครบตามหัวข้อเรื่องในแผนฯ  สอนไม่ครบเนื่องจาก.....

3) กิจกรรม/วิธีการสอน

ครูแนะนำและบอกจุดประสงค์  ครูอธิบาย/ถาม-ตอบ/สาธิต/

ทำแบบทดสอบก่อนเรียน  ทำแบบทดสอบหลังเรียน

ทำแบบฝึกหัด/โจทย์ปัญหา  ทำใบกิจกรรม/ใบงาน

อื่น ๆ (ระบุ).....

4) สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ : .....

#### 11.2 ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

1) การวัดผลและประเมินผล/ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน : .....

2) สมรรถนะที่ผู้เรียนได้รับ : .....

3) สอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม : .....


4) ผลการสอนของครู : .....

5) ปัญหาที่นำไปสู่การวิจัย : .....

#### 11.3 แนวทางการพัฒนาคุณภาพการสอน/แก้ปัญหา

1) ผลการใช้และปรับปรุงแผนการสอนครั้งนี้ : .....

2) แนวทางพัฒนาคุณภาพวิธีสอน/สื่อ/การวัดผล/เอกสารช่วยสอน: .....

	<b>แผนการจัดการเรียนรู้</b>	หน่วยที่ 4
	รหัสวิชา 30100-1014..... ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 8-9
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบสมดุล	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง/ ระบบสมดุล		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

แก้โจทย์ปัญหาาระบบสมดุล 2 และ 3 มิติ ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการเขียนแผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อวัตถุ
2. คำนวณสมดุลของแรงในระบบ 2 มิติ

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณสมดุล 2 มิติได้
2. เขียนแผนภาพวัตถุอิสระได้
3. แก้ปัญหาโจทย์ระบบสมดุลได้
4. แก้ปัญหาโจทย์สมดุล 2 แรง และ 3 แรงได้
5. คำนวณสมดุล 3 มิติได้
6. แก้ปัญหาโจทย์สมดุลที่มีจุดรองรับแบบต่าง ๆ ได้

### 5. สาระการเรียนรู้

1. ระบบสมดุล 2 มิติ
  - 1.1.1 แผนภาพวัตถุอิสระ
  - 1.1.2 สมดุล
  - 1.1.3 สมดุล 2 แรงและ 3 แรง
2. ระบบสมดุล 3 มิติ

### 6. กิจกรรมการเรียนรู้

#### 6.1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

1. นักศึกษาเข้าแถวหน้าชั้นเรียน ครูตรวจสอบความเรียบร้อย ขานชื่อเพื่อตรวจสอบรายชื่อ
2. ครูแสดงวัตถุ เช่น กรรไกร แขนงตุ้มน้ำหนัก หรือไม้บรรทัดคานสมดุล ให้นักศึกษาชม จากนั้นซักถาม ดังนี้
  - ทำไมวัตถุเหล่านี้ถึงไม่ล้ม
  - ถ้าเราย้ายตุ้มน้ำหนักไปอีกด้านจะเกิดอะไรขึ้น และให้นักศึกษาเดาว่าจะเกิดสมดุลหรือไม่ เพื่อกระตุ้นความสงสัยและความสนใจ
3. ครูและนักศึกษารูปเชื่อมโยงเข้าสู่หัวข้อระบบสมดุล 2 มิติ
4. นักศึกษาทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยที่ 4 เรื่องระบบสมดุล

## 6.2 ชั้นให้เนื้อหาและการสอน

5. ครูอธิบายพร้อมยกตัวอย่าง และให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายร่วมกันกับครู ในหัวข้อ 4.1 ระบบสมดุล 2 มิติ เกี่ยวกับแนวคิดพื้นฐาน แผนภาพวัตถุอิสระ (Free Body Diagram) เงื่อนไขสมดุล ( $\Sigma F_x = 0$ ,  $\Sigma F_y = 0$ ,  $\Sigma M = 0$ ) สมดุล 2 แรง และ 3 แรง

## 6.3 ชั้นสรุปและการประยุกต์

6. ครูให้นักศึกษากลุ่มเดิม ช่วยกันคิดสถานการณ์จริง เช่น แขนงป้ายบนผนังด้วยเชือก 2 เส้น วางแท่งไม้บนโต๊ะโดยมีตุ้มน้ำหนักหลายตำแหน่ง วาดแผนภาพวัตถุอิสระ คำนวณแรงและมุมที่ทำให้ระบบสมดุลลงในกระดาษคลิปปาร์ต

7. จากนั้นครูสุ่มให้ตัวแทนกลุ่มแต่ละกลุ่ม ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจสอบสถานการณ์ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหา

## 7. สื่อการเรียนการสอน

สื่อการเรียนรู้ หนังสือเรียน หน่วยที่ 4, PowerPoint ประกอบการสอน และแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน สื่อของจริง เช่น กรรไกร แขนงตุ้มน้ำหนัก โครงสร้างสามเหลี่ยมแขวน โมเดลเครื่องบินขนาดเล็ก

## 8. หลักฐานการเรียนรู้

### 8.1 หลักฐานความรู้

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 4.1 – 4.2
2. ผลการทำแบบทดสอบหน่วยที่ 4
3. ผลการตรวจแบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 4

### 8.2 หลักฐานการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 4.1 – 4.2
2. ผลประเมินการนำเสนอหัวข้อระบบสมดุล

## 9. การวัดและประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 4	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 4	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 4.1 – 4.2	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 4	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

## 10. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

### 10.1 ผลการจัดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....  
.....  
.....

### 10.2 ปัญหา อุปสรรคที่พบ

.....  
.....  
.....


### 10.3 การแก้ไขปัญหา

#### 1) ผลการแก้ไขปัญหาค่าที่ส่งผลลัพธ์ที่ดีต่อผู้เรียน

.....  
.....

#### 2) แนวทางแก้ไขปัญหาลงครั้งต่อไป

.....  
.....

	<b>ใบความรู้ ที่ 4</b>	หน่วยที่ 4
	รหัสวิชา 30100-1014... ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 8-9
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบสมดุล	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง ระบบสมดุล		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

แก้โจทย์ปัญหาาระบบสมดุล 2 และ 3 มิติ ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                      |   |             |   |
|----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ      | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บุคลากรกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการเขียนแผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อวัตถุ
2. คำนวณสมดุลของแรงในระบบ 2 มิติ

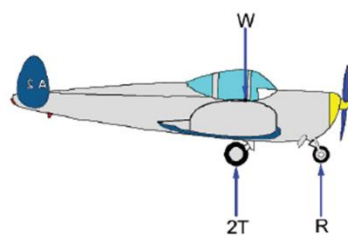
### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณสมดุล 2 มิติได้
2. เขียนแผนภาพวัตถุอิสระได้
3. แก้ปัญหาโจทย์ระบบสมดุลได้
4. แก้ปัญหาโจทย์สมดุล 2 แรง และ 3 แรงได้
5. คำนวณสมดุล 3 มิติได้
6. แก้ปัญหาโจทย์สมดุลที่มีจุดรองรับแบบต่าง ๆ ได้

### 5. เนื้อหาสาระ

#### ระบบสมดุล 2 มิติ

การกระทำของแรงที่อยู่ในระนาบเดียวกัน เรียกว่า 2 มิติ เครื่องบินมีลักษณะสมมาตร ถ้าให้  $T$  เป็นแรงปฏิกิริยาที่ล้อเครื่องบินแต่ละล้อ เมื่อพิจารณาในระนาบดังรูป ดังนั้น แรงปฏิกิริยาที่ล้อเครื่องบิน 2 ล้อ จึงมีค่าเป็น  $2T$



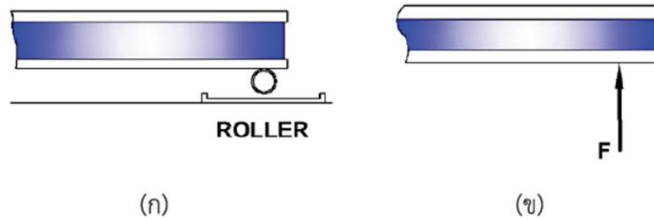
เครื่องบินในสภาวะสมดุล

#### แผนภาพวัตถุอิสระ

การเขียนแผนภาพวัตถุอิสระ (Free body Diagram) เป็นการเขียนแผนภาพที่นำชิ้นส่วนหรือปัจจัยภายนอกที่กระทำต่อวัตถุที่ต้องการพิจารณาออก คงไว้เพียงแค่แรงที่กระทำต่อวัตถุที่มีผลต่อระบบสมดุลเท่านั้น ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการเขียนแผนภาพวัตถุอิสระแบ่งเป็นประเด็นต่างๆ ดังนี้

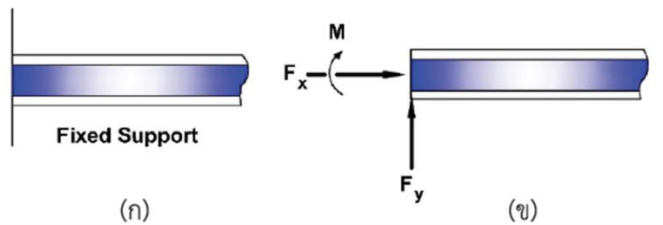
**แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ (Support Reaction)**

ถ้าวัตถุไม่สามารถเคลื่อนที่ในแนวใดเนื่องจากมีจุดรองรับป้องกันไว้ แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับกระทำต่อวัตถุนี้จะกระทำในทิศทางนั้น ดังตัวอย่าง ลูกกลิ้งเป็นจุดรองรับของวัตถุ (ก) ในกรณีนี้วัตถุไม่สามารถเคลื่อนที่ในแนวตั้งได้ ดังนั้นแรงปฏิกิริยานี้จะมีทิศในแนวตั้ง (ข)



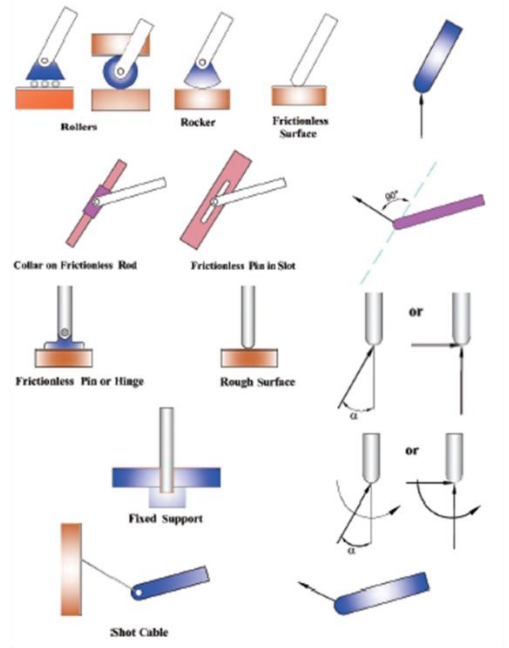
จุดรองรับแบบลูกกลิ้ง

ถ้าวัตถุถูกจุดรองรับยึดแน่นทำให้ไม่สามารถหมุนได้ จะเกิดโมเมนต์ของแรงคู่ควบกระทำต่อวัตถุ ดังตัวอย่าง (ก) การรองรับแบบนี้คานไม่สามารถหมุนหรือเลื่อนได้ ทำให้คานเกิดการรับรองและโมเมนต์ (ข)



จุดรองรับแบบยึดแน่น

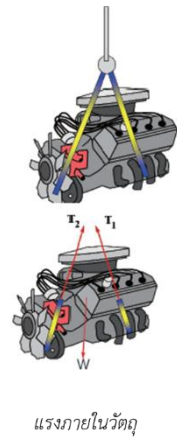
แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับแบบต่างๆ แสดงได้ดังรูป



จุดรองรับแบบต่างๆ

**แรงภายใน (Internal Forces)**

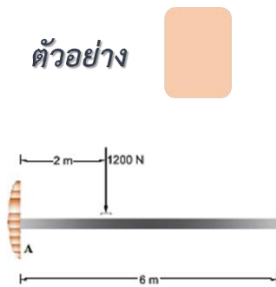
แรงภายใน คือ แรงที่กระทำต่อชิ้นส่วนของวัตถุที่อยู่ติดกัน แรงภายในจะเกิดเป็นคู่ คือ แรงกิริยาและแรงปฏิกิริยา มีขนาดเท่ากันและมีทิศตรงข้ามกัน ซึ่งเป็นไปตามกฎข้อที่ 3 ของนิวตัน เนื่องด้วยแรงเหล่านี้กระทำภายในจึงไม่มีผลต่อแรงภายนอกของวัตถุ ดังนั้น แรงภายในจึงไม่นำมาเขียนในแผนภาพวัตถุอิสระ ตัวอย่าง แรงภายในของเครื่องยนต์ ได้แก่ แรงที่เกิดจากสลักเกลียวและแป้นสลักเกลียวที่ทำหน้าที่ยึดชิ้นส่วนต่างๆ ของเครื่องจักร แรงเหล่านี้จะไม่นำมาพิจารณาในการเขียนแผนภาพวัตถุอิสระ คงเหลือไว้เฉพาะแรงดึงของโซ่ T<sub>1</sub> และ T<sub>2</sub> และแรงเนื่องจากน้ำหนักของเครื่องจักร (W)



**น้ำหนักและจุดศูนย์กลางมวล (Weight and Center of Gravity)**

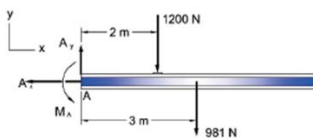
การเขียนแผนภาพวัตถุอิสระของน้ำหนักและจุดศูนย์กลางมวล ให้พิจารณาดังนี้ ผลลัพธ์ของน้ำหนักของวัตถุจะรวมเป็นจุดเดียวตามกฎของแรงดึงดูดของโลกที่จุดศูนย์กลางมวล ในกรณีที่วัตถุมีความหนาแน่นสม่ำเสมอ จุดศูนย์กลาง (Centroid) และจุดศูนย์กลางมวลจะเป็นจุดเดียวกัน แต่ถ้าหากวัตถุมีความหนาแน่นไม่สม่ำเสมอ จุดทั้งสองจะไม่เป็นจุดเดียวกัน

ตัวอย่าง



จากรูป จงเขียนแผนภาพวัตถุอิสระของคานสม่ำเสมอ เมื่อคานน้ำหนัก 100 kg

วิธีทำ



เนื่องจากจุดรองรับ A เป็นแบบยึดแน่น ดังนั้นจึงเกิดแรงปฏิกิริยาคือ Ax, Ay และเกิดโมเมนต์ MA น้ำหนักของคาน คือ W = 100 kg (9.81 m (s<sup>2</sup>)) = 981 N โดยกระทำที่จุดกึ่งกลางของคาน

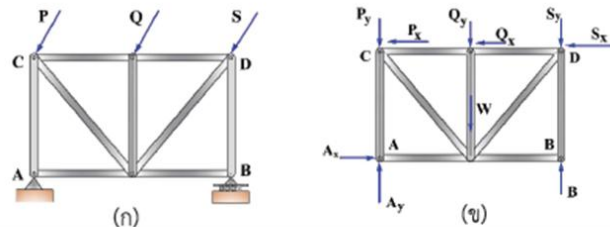
**สมดุล**

ระบบจะสมดุลได้ ก็ต่อเมื่อ แรงรวมและโมเมนต์รวมที่กระทำต่อระบบมีค่าเป็นศูนย์ ในระนาบ x-y สามารถเขียนสมการระบบสมดุลได้ดังนี้

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F_A = 0,$$

เมื่อ A คือ จุดหมุนใดๆ ในระบบ สมการสมดุลทั้งสามนี้สามารถใช้แก้สมการเพื่อหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าไม่เกิน 3 ตัวแปร ในการแก้ปัญหาระบบสมดุล เริ่มต้นโดยการเขียนแผนภาพวัตถุอิสระลักษณะของแรง

ปฏิกิริยาต่างๆ ที่กระทำต่อระบบ ต้องพิจารณาไปตามชนิดของจุดรองรับ ตัวอย่าง โครงสร้าง (ก) มีแรง P Q และ S กระทำจุดรองรับ A เป็นสลัก และจุดรองรับ B เป็นลูกล้อ ที่สลัก A แรงกระทำ คือ  $A_x$  และ  $A_y$  ส่วนที่ลูกล้อ B แรงกระทำเฉพาะทิศแนวตั้ง แผนภาพวัตถุอิสระแสดงดังรูป (ข) การแก้ปัญหาระบบสมดุล คือ การตั้งสมการโมเมนต์รวมของแรงที่จุดใดๆ เท่ากับ 0 ในกรณีนี้อาจใช้  $\Sigma M_A = 0$  เพื่อสามารถคำนวณหาแรง B จากนั้นใช้สมการ  $\Sigma F_x = 0$   $\Sigma F_y = 0$  เพื่อคำนวณหาแรง  $A_x$  และ  $A_y$  ต่อไป

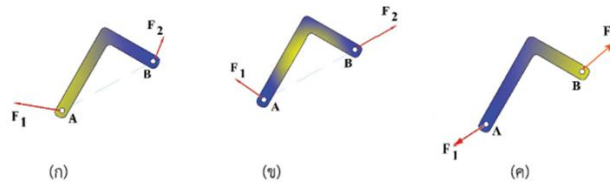


การแตกแรง x-y

### สมดุล 2 แรง และ 3 แรง

#### สมดุล 2 แรง

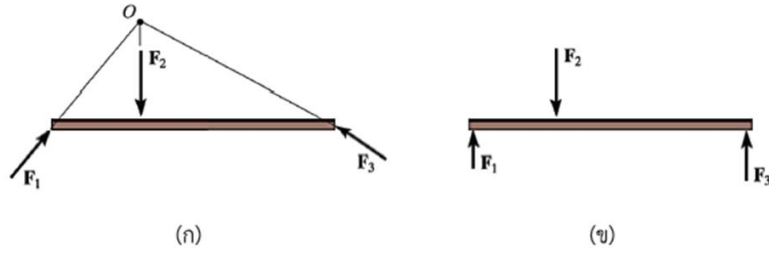
กรณีที่ชิ้นส่วนมีแรงมากระทำ 2 แรง ชิ้นส่วนนี้จะอยู่ในสภาวะสมดุลก็ต่อเมื่อขนาดของแรงทั้งสองต้องมีขนาดเท่ากัน ( $F_A = F_B = F$ ) และต้องกระทำในทิศทางตรงข้ามกัน นั่นคือ แรงลัพธ์เท่ากับศูนย์ ( $\Sigma F = 0$ ) นอกจากนี้ยังต้องกระทำในแนวเดียวกันด้วย เพื่อให้โมเมนต์ในระบบมีค่าเป็นศูนย์ ( $\Sigma M_A = 0$  หรือ  $\Sigma M_B = 0$ )



สมดุล 2 แรง

#### สมดุล 3 แรง

ในกรณีมีแรง 3 แรงกระทำต่อชิ้นส่วน ชิ้นส่วนนี้จะสมดุลได้ก็ต่อเมื่อแนวแรงของแรงทั้งหมด ( $F_1, F_2, F_3$ ) ตัดกันที่จุดใดจุดหนึ่ง ในกรณีนี้ตัดกันที่จุด 0 ดังนั้นโมเมนต์รวมที่สุด 0 ( $\Sigma M_O = 0$ ) นี้จะมีค่าเท่ากับ 0 ส่วนในรูป (ข) แรงทั้งหมดกระทำในทิศทางต่างกัน ดังนั้นทั้ง 3 แรงจึงไม่สามารถตัดกันได้



สมดุล 3 แรง

ระบบสมดุล 3 มิติ

การวิเคราะห์ระบบสมดุล 3 มิติ คล้ายกับระบบสมดุล 2 มิติ โดยมีหลักการเดียวกัน คือ แรงลัพธ์ในทุกแกนมีค่าเป็นศูนย์ และโมเมนต์รวมของทุกแกนมีค่าเป็นศูนย์ ระบบสมดุล 3 มิติ ประกอบไปด้วยสมการ 6 สมการ สมการสมดุลในแกน x แกน y และแกน z คือ

$$\sum F_x = 0 ,$$

$$\sum F_y = 0 ,$$

$$\sum F_z = 0$$

สมการสมดุลในแกน x แกน y และแกน z คือ

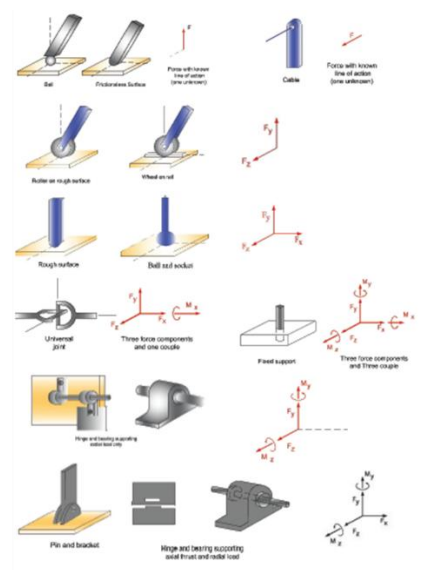
$$\sum M_x = 0 ,$$

$$\sum M_y = 0 ,$$

$$\sum M_z = 0$$

แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ

แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับและแผนภาพวัตถุอิสระในระบบสมดุล 3 มิติ แสดงได้ดังรูป



จุดรองรับในระบบสมดุล 3 มิติ

## 6. แบบฝึกหัด/แบบทดสอบ

1. จงอธิบายความหมายของระบบสมดุลง และสมการสมดุลงที่ใช้ในการพิจารณาระบบสมดุลง 2 มิติ

.....

.....

.....

.....

.....

2. การเขียนแผนภาพวัตถุอิสระคืออะไร จะต้องพิจารณาอะไรบ้างในการเขียน

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงอธิบายความแตกต่างระหว่างสมดุลง 2 แรง และ 3 แรง

.....

.....

.....

.....

.....

4. สมการสมดุลงในระบบ 3 มิติ มีกี่สมการ อะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

## 7. เอกสารอ้างอิง (ขึ้นหน้าใหม่)

อรณณกุล พูลศิริ จันทร์สะอาด. (2567). กลศาสตร์วิศวกรรม (Engineering Mechanics) (30100-1014). เอ็มพันธ์

## 8. ภาคผนวก (เฉลยแบบฝึกหัด เฉลยแบบทดสอบ ฯ)

### 1. จงอธิบายความหมายของระบบสมดุล และสมการสมดุลที่ใช้ในการพิจารณาระบบสมดุล 2 มิติ

เฉลย ระบบสมดุล หมายถึง การไม่เปลี่ยนแปลงสภาพของการเคลื่อนที่ คือถ้าวัตถุอยู่นิ่งก็จะอยู่นิ่งต่อไป หรือถ้าเคลื่อนที่ก็จะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

$$\text{สมการสมดุลในระบบ 2 มิติ } \Sigma "F" \_ "x" = 0 \text{ (ผลรวมแรงในแนวนอนเป็นศูนย์)}$$

$$\Sigma "F" \_ "y" = 0 \text{ (ผลรวมแรงในแนวตั้งเป็นศูนย์)}$$

$$\Sigma "M" \_ "A" = 0 \text{ (ผลรวมโมเมนต์รอบจุดใดๆ เป็นศูนย์)}$$

### 2. การเขียนแผนภาพวัตถุอิสระคืออะไร จะต้องพิจารณาอะไรบ้างในการเขียน

เฉลย แผนภาพวัตถุอิสระ คือ การเขียนแผนภาพที่นำชิ้นส่วนหรือปัจจัยภายนอกที่กระทำต่อวัตถุที่ต้องการพิจารณาออก โดยพิจารณาจาก

แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับต่าง ๆ

แรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุ

โมเมนต์อิสระที่กระทำ

น้ำหนักของวัตถุ (ถ้ามี)

### 3. จงอธิบายความแตกต่างระหว่างสมดุล 2 แรงแ และ 3 แรงแ

เฉลย สมดุล 2 แรงแ

วัตถุมีแรงกระทำ 2 แรงแ

แรงทั้งสองต้องมีขนาดเท่ากันและตรงข้ามกัน

ต้องอยู่ในแนวเดียวกัน

สมดุล 3 แรงแ

วัตถุมีแรงกระทำ 3 แรงแ

เส้นการกระทำของแรงทั้งสามต้องตัดกันที่จุดเดียว

ต้องสร้างรูปสามเหลี่ยมปิดได้

### 4. สมการสมดุลในระบบ 3 มิติ มีกี่สมการ อะไรบ้าง

เฉลย ระบบสมดุล 3 มิติ มี 6 สมการ ดังนี้

$$\Sigma F_x = 0$$


$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma F_z = 0$$

$$\Sigma M_x = 0$$

$$\Sigma M_y = 0$$

$$\Sigma M_z = 0$$

	<b>ใบกิจกรรม ที่ 4</b>	หน่วยที่ 4
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 8-9
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบสมดุล	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน ระบบสมดุล		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

แก้โจทย์ปัญหาาระบบสมดุล 2 และ 3 มิติ ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการเขียนแผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อวัตถุ
2. คำนวณสมดุลของแรงในระบบ 2 มิติ

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณสมดุล 2 มิติได้
2. เขียนแผนภาพวัตถุอิสระได้
3. แก้ปัญหาโจทย์ระบบสมดุลได้
4. แก้ปัญหาโจทย์สมดุล 2 แรง และ 3 แรงได้
5. คำนวณสมดุล 3 มิติได้
6. แก้ปัญหาโจทย์สมดุลที่มีจุดรองรับแบบต่าง ๆ ได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ ชุดทดลองคาน ตุ้มน้ำหนัก จุดหมุน ตลับเมตร	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ เชือก/เส้นเอ็น สกรู/ตะปู/คลิปหนีบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- การแก้สมการ การ แตกแรง และตรีโกณมิติ - หลักสมดุลของแรงและ โมเมนต์ - การออกแบบ โครงสร้างให้มั่นคง เช่น คาน สะพาน - การใช้โปรแกรมช่วย วิเคราะห์แรง

### 6. ขั้นตอนการทำกิจกรรม

แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัดที่ 4.2 ระบบสมดุล 3 มิติ แสดงวิธีทำลงในกระดาษ  
คลิปชาร์ต

## 7. สรุปและอภิปราย


สมดุล หมายถึง การไม่เปลี่ยนแปลงสภาพของการเคลื่อนที่ คือถ้าวัตถุอยู่นิ่งก็จะอยู่นิ่งต่อไปหรือถ้าเคลื่อนที่ก็จะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ นั่นคือการที่มีแรงลัพธ์มากระทำกับวัตถุแล้ววัตถุคงสภาพ การเคลื่อนที่หรือหยุด อีกอย่างหนึ่งว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงสภาพการเคลื่อนที่ ซึ่งเป็นไปตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน ข้อที่ 1 ดังตัวอย่างเช่น อาคาร สะพาน หรือโครงสร้างต่าง ๆ อยู่ในสภาวะสมดุล โดยมีการรับแรงเนื่องจากน้ำหนักของสิ่งก่อสร้างเหล่านั้น แต่ถ้ามีการรับน้ำหนักเกินจากที่กำหนด โครงสร้างจะเกิดการเสียสมดุลทำให้ไม่สามารถคงรูปร่างเดิมอยู่ได้

## 8. การประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 4	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 4	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 4.1-4.2	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 4	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

## 9. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบงาน ที่ 4</b>	หน่วยที่ 4
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 8-9
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบสมดุล	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน ระบบสมดุล		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

แก้โจทย์ปัญหาหาระบบสมดุล 2 และ 3 มิติ ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการเขียนแผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อวัตถุ
2. คำนวณสมดุลของแรงในระบบ 2 มิติ

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณสมดุล 2 มิติได้
2. เขียนแผนภาพวัตถุอิสระได้
3. แก้ปัญหาโจทย์ระบบสมดุลได้
4. แก้ปัญหาโจทย์สมดุล 2 แรง และ 3 แรงได้
5. คำนวณสมดุล 3 มิติได้
6. แก้ปัญหาโจทย์สมดุลที่มีจุดรองรับแบบต่าง ๆ ได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ ชุดทดลองคาน ตุ้มน้ำหนัก จุดหมุน ตลับเมตร	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ เชือก/เส้นเอ็น สกรู/ตะปู/คลิปหนีบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- การแก้สมการ การ แตกแรง และตรีโกณมิติ - หลักสมดุลของแรงและ โมเมนต์ - การออกแบบ โครงสร้างให้มั่นคง เช่น คาน สะพาน - การใช้โปรแกรมช่วย วิเคราะห์แรง


### 6. คำแนะนำ/ข้อควรระวัง

### 7. ขั้นตอนการปฏิบัติงาน

1. แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัดที่ 4.1 ระบบสมดุล 2 มิติ แสดงวิธีทำลงในกระดาษคลิปชาร์ต

2. ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจคำตอบของกลุ่มอื่นที่ออกมานำเสนอ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหาของคำตอบ



	<b>ใบมอบหมายงาน ที่ 4</b>	หน่วยที่ 4
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 8-9
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ระบบสมมูล	ทฤษฎี 6 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน ระบบสมมูล		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

แก้โจทย์ปัญหาหาระบบสมมูล 2 และ 3 มิติ ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการเขียนแผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อวัตถุ
2. คำนวณสมมูลของแรงในระบบ 2 มิติ

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณสมมูล 2 มิติได้
2. เขียนแผนภาพวัตถุอิสระได้
3. แก้ปัญหาโจทย์ระบบสมมูลได้
4. แก้ปัญหาโจทย์สมมูล 2 แรง และ 3 แรงได้
5. คำนวณสมมูล 3 มิติได้
6. แก้ปัญหาโจทย์สมมูลที่มีจุดรองรับแบบต่าง ๆ ได้

### 5. รายละเอียดของงาน

1. งานที่มอบหมายนอกเหนือเวลาเรียน ให้ทำแบบทดสอบหน่วยที่ 4
2. สืบค้นข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับระบบสมมูล

### 6. กำหนดเวลาส่งงาน หลังการการสอนเสร็จสิ้น

### 7. แนวทางในการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 4.1-4.2
2. ผลประเมินการนำเสนอหัวข้อระบบสมมูล

### 8. แหล่งข้อมูลค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

### 9. การประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 4	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 4	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 4.1-4.2	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 4	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

**วิทยาลัยเทคนิคบางสะพาน**  
**แบบประเมินด้านคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์**

สาขาวิชา.....สาขางาน.....ระดับชั้น.....กลุ่ม.....

ลำดับ ที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมิน										คะแนนรวม	คะแนนเฉลี่ย
		ยึดมั่นในสถาบันฯ	ละเว้นอภัยมุข	ความเป็นวินัย	ความสามัคคี	จิตอาสา	ขยันและ	ประหยัด	ซื่อสัตย์	สุภาพ	ตรงต่อเวลา		
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													

หมายเหตุ

- เกณฑ์การประเมินคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์

- 3 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนแสดงประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอและเป็นผู้ทำได้
- 2 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอ
- 1 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติไม่สม่ำเสมอ
- 0 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนไม่ประพฤติปฏิบัติ

### บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

1) วัน เดือน ปี .....สอนครั้งที่ .../... สาขา/ชั้นปี .....จำนวนผู้เรียน.....คน  
มาเรียนปกติ.....คน ขาดเรียน.....คน ลาป่วย.....คน ลากิจ.....คน มาสาย.....คน

2) หัวข้อเรื่อง/เนื้อหาสาระ :

.....  
 สอนครบตามหัวข้อเรื่องในแผนฯ  สอนไม่ครบเนื่องจาก.....

3) กิจกรรม/วิธีการสอน

ครูแนะนำและบอกจุดประสงค์  ครูอธิบาย/ถาม-ตอบ/สาธิต/

ทำแบบทดสอบก่อนเรียน  ทำแบบทดสอบหลังเรียน

ทำแบบฝึกหัด/โจทย์ปัญหา  ทำใบกิจกรรม/ใบงาน

อื่น ๆ (ระบุ).....

4) สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ : .....

#### 11.2 ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

1) การวัดผลและประเมินผล/ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน : .....

2) สมรรถนะที่ผู้เรียนได้รับ : .....

3) สอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม : .....


4) ผลการสอนของครู : .....

5) ปัญหาที่นำไปสู่การวิจัย : .....

#### 11.3 แนวทางการพัฒนาคุณภาพการสอน/แก้ปัญหา

1) ผลการใช้และปรับปรุงแผนการสอนครั้งนี้ : .....

2) แนวทางพัฒนาคุณภาพวิธีสอน/สื่อ/การวัดผล/เอกสารช่วยสอน: .....

	<b>แผนการจัดการเรียนรู้</b>	หน่วยที่ 5
	รหัสวิชา...30100-1014.... ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 10-12
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โครงสร้าง	ทฤษฎี 9 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง/ โครงสร้าง		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อและวิธีตัดแยกส่วน และวิเคราะห์โครงกรอบและเครื่องจักร ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการเขียนแรงที่เกิดขึ้นในแต่ละจุดในโครงถัก
2. คำนวณแรงในชิ้นส่วนของโครงสร้างที่มีลักษณะเป็นโครงถัก

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกลักษณะของโครงถักได้
2. วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อได้
3. วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีตัดแยกส่วนได้
4. วิเคราะห์โครงกรอบและเครื่องจักรได้

### 5. สารการเรียนรู้

1. โครงถัก
  - 1.1 การวิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อ
  - 1.2 การวิเคราะห์โครงถักโดยวิธีการแยกส่วน
2. โครงกรอบและเครื่องจักรกล

### 6. กิจกรรมการเรียนรู้

#### 6.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. นักศึกษาเข้าแถวหน้าชั้นเรียน ครูตรวจสอบความเรียบร้อย ขานชื่อเพื่อตรวจสอบรายชื่อ
2. ครูแสดงโมเดลโครงถักจริง เช่น สะพานโครงถักหรือหลังคาอาคาร ให้นักศึกษาชมและครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้
  - ทำไมโครงสร้างนี้จึงแข็งแรง
  - แรงจากน้ำหนักที่วางบนโครงสร้างจะกระจายไปที่ใดบ้าง
3. จากนั้นให้นักศึกษาระบุชิ้นส่วนของโครงถัก และคาดการณ์จุดที่รับแรงมากที่สุด และเชื่อมโยงเข้าสู่บทเรียนโดยสรุปว่าการวิเคราะห์โครงถักมีความสำคัญต่อการออกแบบและความปลอดภัย

#### 6.2 ขั้นให้เนื้อหาและการสอน

1. ครูอธิบายพร้อมยกตัวอย่าง ในหัวข้อ 5.1 โครงถัก 5.1.1 การวิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อ โดยการวิเคราะห์โครงถักแบบง่าย ๆ บนกระดาษ และให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายร่วมกันกับครูเกี่ยวกับ วิธีจุดยึดต่อ (Joint Method) ทีละขั้นตอน ดังนี้
  - การเขียน Free Body Diagram ของแต่ละจุดยึด

- การแยกแรงออกเป็นแนวตั้งและแนวนอน
- การใช้สมการสมดุลแรง  $\Sigma F_x=0, \Sigma F_y=0$

### 6.3 ขั้นสรุปและการประยุกต์

1. ครูให้นักศึกษากลุ่มเดิม เลือกโครงถักเล็ก ๆ เช่น สะพานไม้จิ้มฟันหรือโครงหลังคา วิเคราะห์แรงในคานสำคัญโดยใช้วิธีจุดยึดต่อ โดยนำเสนอผลลัพธ์และอภิปรายว่าการเลือกจุดตัดทำให้คำนวณง่ายขึ้นอย่างไรลงในกระดาษคลิปปาร์ต
2. จากนั้นครูสุ่มให้ตัวแทนกลุ่มแต่ละกลุ่ม ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจสอบสถานการณ์ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหา

### 7. สื่อการเรียนการสอน

สื่อการเรียนรู้ หนังสือเรียน หน่วยที่ 5, PowerPoint ประกอบการสอน และแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน สื่อของจริง เช่น โมเดลโครงถักจริง โมเดลโครงกรอบและเครื่องจักรกล ภาพที่เกี่ยวข้อง เช่น ภาพโครงถักของสะพานหรือหลังคา

### 8. หลักฐานการเรียนรู้

#### 8.1 หลักฐานความรู้

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 5.1 – 5.3
2. ผลการทำแบบทดสอบหน่วยที่ 5
3. ผลการตรวจแบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 5

#### 8.2 หลักฐานการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 5.1 – 5.3
2. ผลประเมินการนำเสนอหัวข้อโครงสร้าง

### 9. การวัดและประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 5	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 5	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 5.1-5.3	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 5	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

## 10. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

### 10.1 ผลการจัดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....  
.....  
.....

### 10.2 ปัญหา อุปสรรคที่พบ

.....  
.....  
.....


### 10.3 การแก้ไขปัญหา

#### 1) ผลการแก้ไขปัญหาที่ส่งผลลัพธ์ที่ดีต่อผู้เรียน

.....  
.....

#### 2) แนวทางแก้ปัญหาในครั้งต่อไป

.....  
.....

	<b>ใบความรู้ ที่ 5</b>	หน่วยที่ 5
	รหัสวิชา 30100-1014.....ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 10-12
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โครงสร้าง	ทฤษฎี 9 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง โครงสร้าง		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อและวิธีตัดแยกส่วน และวิเคราะห์โครงกรอบและเครื่องจักร ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการเขียนแรงที่เกิดขึ้นในแต่ละจุดในโครงถัก
2. คำนวณแรงในชิ้นส่วนของโครงถักที่มีลักษณะเป็นโครงถัก

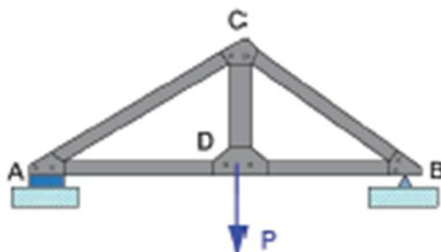
### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกลักษณะของโครงถักได้
2. วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อได้
3. วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีตัดแยกส่วนได้
4. วิเคราะห์โครงกรอบและเครื่องจักรได้

### 5. เนื้อหาสาระ

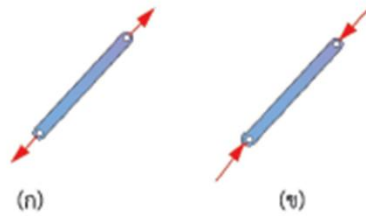
#### โครงถัก

โครงถักเป็นโครงสร้างหลักชนิดหนึ่งในงานวิศวกรรมที่ใช้ในการก่อสร้างสะพานและอาคาร โครงถักประกอบไปด้วยชิ้นส่วนที่ถูกยึดต่อเข้าด้วยกันเป็นโครงสร้างที่แข็งแรง เช่น โครงหลักคา และโครงสะพาน ชิ้นส่วนของโครงถักอาจเป็นคานรูปตัวไอ ตัวยู หรือเหล็กฉาก จุดต่อกันหรือจุดยึดกัน ของชิ้นส่วนทั้งหมดอาจใช้การเชื่อม การย้ำ สลัก หรือสลักเกลียว เมื่อชิ้นส่วนของโครงถักอยู่ในระนาบเดียวกัน เรียกว่า โครงถักระนาบ ดังรูปแสดงตัวอย่างของโครงสร้างหลังคา การวิเคราะห์ชิ้นส่วนของโครงถัก ดังกรณีชิ้นส่วน AB ชิ้นส่วนนี้ถูกยึดต่อที่จุด D ดังนั้นชิ้นส่วน AB จะถือว่าประกอบไปด้วยชิ้นส่วน AD และ DB

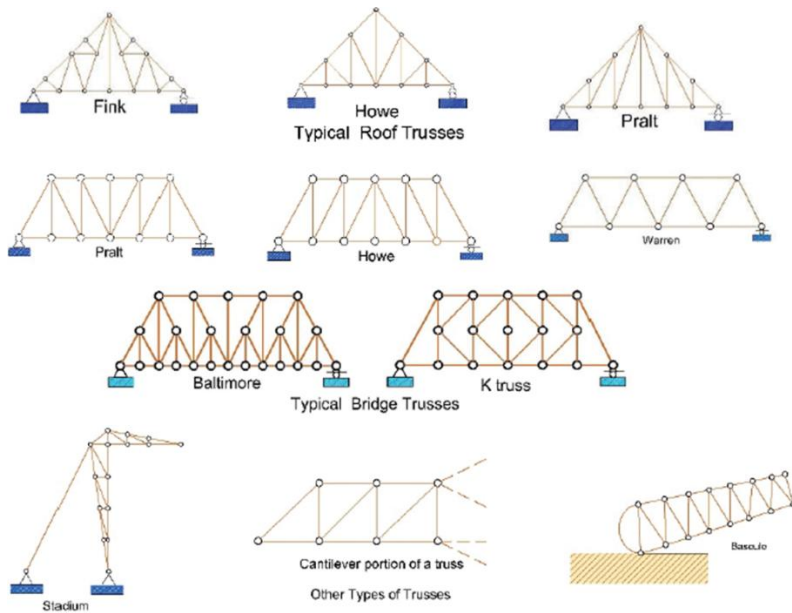


โครงหลังคา

น้ำหนักของชิ้นส่วนในโครงถัก ตั้งข้อสมมติให้กระทำที่ปลายทั้งสองข้างของจุดยึดต่อ โดยแบ่งน้ำหนักเป็นสองส่วนเท่าๆ กัน จุดยึดต่อของโครงถักให้ถือว่าเป็นการเชื่อมต่อด้วยหมุดทั้งหมด ไม่ว่าจะเชื่อมต่อด้วยการเชื่อม สลักเกลียว หรือหมุดย้ำแรงที่กระทำที่ปลายทั้งสองของชิ้นส่วนจะลดรูปให้เป็นแรงเดี่ยวและไม่เกิดแรงคู่ควบ ดังรูป แสดงการกระทำของแรงในชิ้นส่วนของโครงถัก โดยรูป (ก) เป็นสภาวะการดึง ส่วนรูป (ข) เป็นสภาวะการกด



แรงในชิ้นส่วน

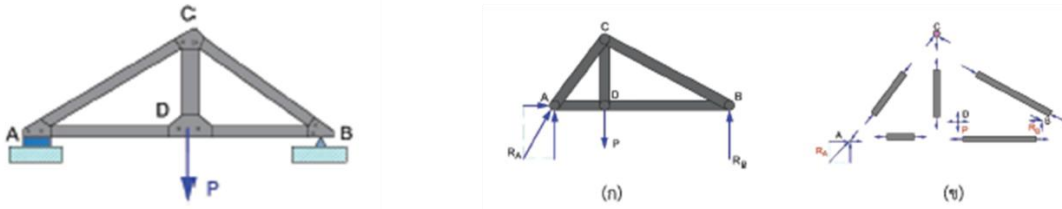


โครงถักแบบต่างๆ

การวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีจุดยึดต่อ

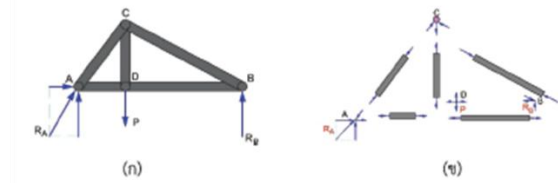
สามารถเขียนแผนภาพวัตถุอิสระได้ดังรูป (ก) และเขียนแผนภาพวัตถุอิสระ เมื่อแยกชิ้นส่วนทั้งหมดได้ดังรูป (ข)

จากรูป



ชิ้นส่วนในโครงสร้างแต่ละชิ้น จะมีแรงกระทำที่ปลายทั้งสองข้าง ซึ่งแรงทั้งสองนั้นจะมีขนาดเท่ากัน อยู่ในแนวแรงเดียวกันแต่ทิศตรงข้ามกัน ตามกฎข้อที่ 3 ของนิวตัน แรงกิริยาเท่ากับแรงปฏิกิริยา ดังนั้นชิ้นส่วนที่ยึดต่อกันด้วยหมุด แรงกิริยาที่กระทำต่อชิ้นส่วนจะเท่ากับแรงปฏิกิริยาที่กระทำต่อหมุดด้วย

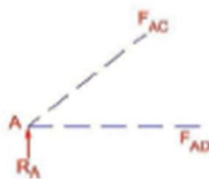
การคำนวณแรงภายในโครงสร้างให้พิจารณาว่าทุกจุดยึดต่ออยู่ในสภาวะสมดุล จากรูป



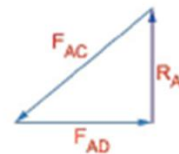
สามารถเขียนแผนภาพวัตถุอิสระของแต่ละจุดยึดต่อได้ดังรูป

จุดยึดต่อ A

แผนภาพวัตถุอิสระ

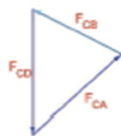


ภาพทางต่อหัว

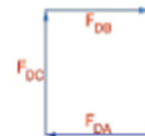


จุดยึดต่อ D

แผนภาพวัตถุอิสระ

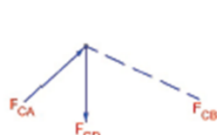


ภาพทางต่อหัว

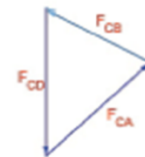


จุดยึดต่อ C

แผนภาพวัตถุอิสระ

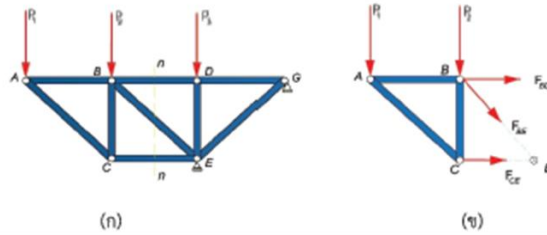


ภาพทางต่อหัว



**การวิเคราะห์โครงถักโดยวิธีตัดแยกส่วน**

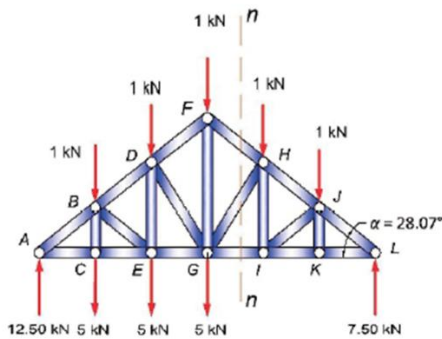
ในกรณีที่ต้องการทราบแรงในชิ้นส่วน BD ของโครงถักดังรูป (ก) สามารถทำได้โดยวิเคราะห์แบบจุดยึดต่อ โดยเขียนแผนภาพอิสระที่จุด B หรือจุด D แต่ในกรณีที่ต้องการทราบแรงแค่บางค่า สามารถทำได้โดยใช้การวิเคราะห์โดยการพิจารณาชิ้นส่วนของโครงสร้างแบบแยกส่วนดังรูป (ข) ซึ่งโครงสร้างย่อยที่ตัดออกมานี้จะประกอบไปด้วยแรงภายนอกและแรงภายในของโครงถัก โดยที่แรงภายในจะกระทำตามแนวของชิ้นส่วน แต่เนื่องจากยังไม่ทราบว่าแรงดังกล่าวเป็นแรงดึงหรือแรงกด การเขียนแผนภาพวัตถุอิสระจะกำหนดให้แรงทั้งหมดเป็นแรงดึงไปก่อน จากนั้นจึงวิเคราะห์แผนภาพวัตถุอิสระโดยใช้หลักการสมดุลเพื่อหาค่าแรงที่ไม่ทราบค่าต่อไป



การเขียนแผนภาพวัตถุอิสระแบบแยกส่วน

**วิธีทำ**

เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของโครงถัก



คำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A และ L โดยใช้หลักการสมดุล

$$A = 12.40 \text{ kN } \uparrow \quad L = 7.40 \text{ kN } \uparrow$$

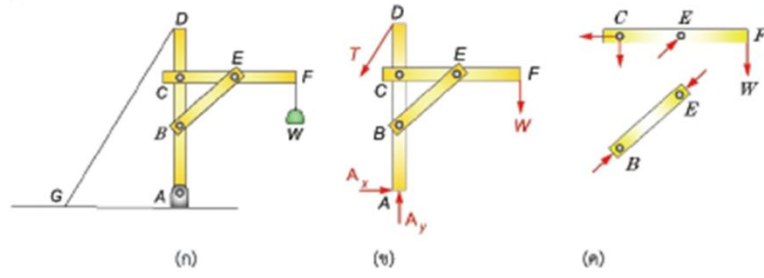
$$\tan \alpha = \frac{FG}{GL} = \frac{8 \text{ m}}{15 \text{ m}} = 0.5333$$

$$\alpha = 28.07^\circ$$

**โครงกรอบและเครื่องจักรกล**

โครงกรอบและเครื่องจักร บางชิ้นส่วนสามารถพิจารณาเป็นชิ้นส่วนรับแรง 2 แรงได้ บางชิ้นส่วนอาจจะ เป็นชิ้นส่วนรับแรง 3 แรงหรือมากกว่า เรียกว่า ชิ้นส่วนรับหลายแรง (Multi-Force Member)

เครน คือ โครงกรอบอย่างหนึ่ง ตัวอย่างการวิเคราะห์เครนแสดงดังรูป (ก) แผนภาพวัตถุอิสระในรูป (ข) ใช้สำหรับการคำนวณหาแรงภายนอก จากนั้นเขียนแผนภาพวัตถุอิสระตามรูป (ค) เพื่อคำนวณหาแรงภายใน



การพิจารณาแรงภายในของโครงสร้าง

6. แบบฝึกหัด/แบบทดสอบ

1. โครงถัก (Trusses) ประกอบไปด้วยชิ้นส่วนชนิดใด และมีลักษณะการยึดต่อกันอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. วิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงถัก มีกี่วิธี อะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. โครงถักต่างจากโครงกรอบอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. การวิเคราะห์โครงกรอบและเครื่องจักรกลแตกต่างจากการวิเคราะห์โครงถักอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....


.....

## 7. เอกสารอ้างอิง (ขึ้นหน้าใหม่)

วรรณฤมล พูลศิริ จันทร์สะอาด. (2567). กลศาสตร์วิศวกรรม (Engineering Mechanics) (30100-1014). เอ็มพันธ์

## 8. ภาคผนวก (เฉลยแบบฝึกหัด เฉลยแบบทดสอบ ฯ)

1. โครงถัก (Trusses) ประกอบไปด้วยชิ้นส่วนชนิดใด และมีลักษณะการยึดต่อกันอย่างไร  
 เฉลย โครงถักประกอบด้วยชิ้นส่วนที่ถูกยึดต่อกันด้วยหมุด (Pins) ที่ไม่มีแรงเสียดทาน ชิ้นส่วนจะรับแรงเพียง 2 แรง ที่ปลายทั้งสองข้าง โดยแรงเหล่านี้อยู่ในทิศทางของชิ้นส่วนนั้นๆ
2. วิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงถัก มีกี่วิธี อะไรบ้าง  
 เฉลย มี 2 วิธี คือ  
 วิธีจุดยึดต่อ (Method of Joints)  
 วิธีการตัดแยกส่วน (Method of Sections)
3. โครงถักต่างจากโครงกรอบอย่างไร  
 เฉลย ชิ้นส่วนของโครงถักจะรับแรงเพียง 2 แรงที่ปลายทั้งสองข้าง (แรงดึงหรือกด) เท่านั้น ในขณะที่โครงกรอบ ชิ้นส่วนสามารถรับแรงได้มากกว่า 2 แรง และไม่จำเป็นต้องอยู่ในทิศทางของชิ้นส่วน
4. การวิเคราะห์โครงกรอบและเครื่องจักรกลแตกต่างจากการวิเคราะห์โครงถักอย่างไร  
 เฉลย ในโครงกรอบและเครื่องจักรกล ชิ้นส่วนสามารถรับแรงได้มากกว่า 2 แรง และแรงอาจไม่อยู่ในทิศทางของชิ้นส่วน นอกจากนี้ยังต้องคำนวณหาแรงตัดและแรงดัดด้วย

	<b>ใบกิจกรรม ที่ 5</b>	หน่วยที่ 5
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 10-12
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โครงสร้าง	ทฤษฎี 9 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน โครงสร้าง		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อและวิธีตัดแยกส่วน และวิเคราะห์โครงกรอบและเครื่องจักร ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการเขียนแรงที่เกิดขึ้นในแต่ละจุดในโครงถัก
2. คำนวณแรงในชิ้นส่วนของโครงสร้างที่มีลักษณะเป็นโครงถัก

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกลักษณะของโครงถักได้
2. วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อได้
3. วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีตัดแยกส่วนได้
4. วิเคราะห์โครงกรอบและเครื่องจักรได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ ชุดทดลองคาน ตุ้มน้ำหนัก จุดหมุน ตลับเมตร	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ เชือก/เส้นเอ็น สกรู/ตะปู/คลิปหนีบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- การแก้สมการ การ แตกแรง และตรีโกณมิติ - หลักสมมูลของแรงและ โมเมนต์ - การออกแบบ โครงสร้างให้มั่นคง เช่น คาน สะพาน - การใช้โปรแกรมช่วย วิเคราะห์แรง

### 6. ขั้นตอนการทำกิจกรรม

แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน นักศึกษาร่วมกันสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนสำคัญในการวิเคราะห์โครงถักโดยวิธีการแยกส่วน โดยใช้แบบฝึกหัดที่ 5.1 มาเป็นประเด็นในการสรุป

## 7. สรุปและอภิปราย


เมื่อวัตถุแข็งเกร็งหลาย ๆ ชิ้นถูกนำมาประกอบกันเป็นโครงสร้างและต้องรับแรงกระทำจากภายนอก ภายในตัวโครงสร้างจะเกิดแรงที่ยึดเหนี่ยวขึ้นส่วนแต่ละชิ้นเข้าด้วยกัน ในหน่วยการเรียนนี้จะเน้นการหาแรงที่ยึดเหนี่ยวให้วัตถุหลาย ๆ ชิ้นนั้นยังคงประกอบกันเป็นโครงสร้างที่มีรูปร่างลักษณะแบบเดิม โดยวิเคราะห์โครงสร้างแบบต่าง ๆ ได้แก่ โครงถัก โครงกรอบ และเครื่องจักรกล

## 8. การประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 5	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 5	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 5.1-5.3	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 5	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

## 9. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบงาน ที่ 5</b>	หน่วยที่ 5
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 10-12
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โครงสร้าง	ทฤษฎี 9 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน โครงสร้าง		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อและวิธีตัดแยกส่วน และวิเคราะห์โครงกรอบและเครื่องจักร ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการเขียนแรงที่เกิดขึ้นในแต่ละจุดในโครงถัก
2. คำนวณแรงในชิ้นส่วนของโครงสร้างที่มีลักษณะเป็นโครงถัก

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกลักษณะของโครงถักได้
2. วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อได้
3. วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีตัดแยกส่วนได้
4. วิเคราะห์โครงกรอบและเครื่องจักรได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ ชุดทดลองคาน ตุ้มน้ำหนัก จุดหมุน ตลับเมตร	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ เชือก/เส้นเอ็น สกรู/ตะปู/คลิปหนีบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- การแก้สมการ การ แตกแรง และตรีโกณมิติ - หลักสมมูลของแรงและ โมเมนต์ - การออกแบบ โครงสร้างให้มั่นคง เช่น คาน สะพาน - การใช้โปรแกรมช่วย วิเคราะห์แรง

### 6. คำแนะนำ/ข้อควรระวัง

### 7. ขั้นตอนการปฏิบัติงาน

1. แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัดที่ 5.3 โครงกรอบแลเครื่องจักรกล แสดงวิธีทำลงในกระดาษคลิปชาร์ต
2. ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจคำตอบของกลุ่มอื่นที่ออกมานำเสนอ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหาของคำตอบ

**8. สรุปและวิจารณ์ผล**

เมื่อวัตถุแข็งเกร็งหลาย ๆ ชิ้นถูกนำมาประกอบกันเป็นโครงสร้างและต้องรับแรงกระทำจากภายนอก ภายในตัวโครงสร้างจะเกิดแรงที่ยึดเหนี่ยวชิ้นส่วนแต่ละชิ้นเข้าด้วยกัน ในหน่วยการเรียนนี้จะเน้นการหาแรงที่ยึดเหนี่ยวให้วัตถุหลาย ๆ ชิ้นนั้นยังคงประกอบกันเป็นโครงสร้างที่มีรูปร่างลักษณะแบบเดิม โดยวิเคราะห์โครงสร้างแบบต่าง ๆ ได้แก่ โครงถัก โครงกรอบ และเครื่องจักรกล

**9. การประเมินผล**

ชื่อ-สกุล..... รหัสประจำตัวนักเรียน.....

ระดับชั้น..... กลุ่ม..... แผนกวิชา.....

ไปปฏิบัติงานที่..... วิชา.....

จุดที่	ขนาดตามแบบ	พิกัดที่กำหนด	คะแนนเต็ม	ขนาดที่วัดได้	คะแนนที่ได้
		รวม			


**9.1 เกณฑ์การประเมิน**

หมายเหตุ	ผลการประเมิน
	ได้ร้อยละ 80-100 ดีมาก 70-79 ดี 60-69 พอใช้ 50-59 ต้องปรับปรุง น้อยกว่า 50 ต่ำกว่าเกณฑ์

ลงชื่อ..... (.....) นักเรียน-นักศึกษา	ลงชื่อ..... (.....) ผู้ตรวจ	คะแนนที่ได้ .....
---	-----------------------------------	----------------------

**10. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม**

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบมอบหมายงาน ที่ 5</b>	หน่วยที่ 5
	รหัสวิชา...30100-1014.... ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 10-12
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โครงสร้าง	ทฤษฎี 9 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน โครงสร้าง		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อและวิธีตัดแยกส่วน และวิเคราะห์โครงกรอบและเครื่องจักร ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                      |   |             |   |
|----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ      | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บุรณการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงการเขียนแรงที่เกิดขึ้นในแต่ละจุดในโครงถัก
2. คำนวณแรงในชิ้นส่วนของโครงสร้างที่มีลักษณะเป็นโครงถัก

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกลักษณะของโครงถักได้
2. วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีจุดยึดต่อได้
3. วิเคราะห์โครงถักโดยวิธีตัดแยกส่วนได้
4. วิเคราะห์โครงกรอบและเครื่องจักรได้

### 5. รายละเอียดของงาน

1. งานที่มอบหมายนอกเหนือเวลาเรียน ให้ทำแบบทดสอบหน่วยที่ 4
2. สืบค้นข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับระบบสมดุล

### 6. กำหนดเวลาส่งงาน หลังการการสอนเสร็จสิ้น

### 7. แนวทางในการปฏิบัติงาน

1. งานที่มอบหมายนอกเหนือเวลาเรียน ให้ทำแบบทดสอบหน่วยที่ 5
2. สืบค้นข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับโครงถัก

### 8. แหล่งข้อมูลค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

### 9. การประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 5	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 5	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 5.1-5.3	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 5	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

**วิทยาลัยเทคนิคบางสะพาน**  
**แบบประเมินด้านคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์**

สาขาวิชา.....สาขางาน.....ระดับชั้น.....กลุ่ม.....

ลำดับ ที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมิน										คะแนนรวม	คะแนนเฉลี่ย
		ยึดมั่นในสถาบันฯ	ละเว้นอภัยมุข	ความมีวินัย	ความสามัคคี	จิตอาสา	ขยันและ	ประหยัด	ซื่อสัตย์	สุภาพ	ตรงต่อเวลา		
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													

หมายเหตุ

- เกณฑ์การประเมินคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์

- 3 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนแสดงประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอและเป็นผู้ทำได้
- 2 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอ
- 1 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติไม่สม่ำเสมอ
- 0 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนไม่ประพฤติปฏิบัติ

### บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

1) วัน เดือน ปี .....สอนครั้งที่ .../.... สาขา/ชั้นปี .....จำนวนผู้เรียน.....คน  
มาเรียนปกติ.....คน ขาดเรียน.....คน ลาป่วย.....คน ลากิจ.....คน มาสาย.....คน

2) หัวข้อเรื่อง/เนื้อหาสาระ :

.....  
 สอนครบตามหัวข้อเรื่องในแผนฯ  สอนไม่ครบเนื่องจาก.....

3) กิจกรรม/วิธีการสอน

ครูแนะนำและบอกจุดประสงค์  ครูอธิบาย/ถาม-ตอบ/สาธิต/

ทำแบบทดสอบก่อนเรียน  ทำแบบทดสอบหลังเรียน

ทำแบบฝึกหัด/โจทย์ปัญหา  ทำใบกิจกรรม/ใบงาน

อื่น ๆ (ระบุ).....

4) สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ : .....

#### 11.2 ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

1) การวัดผลและประเมินผล/ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน : .....

2) สมรรถนะที่ผู้เรียนได้รับ : .....

3) สอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม : .....


4) ผลการสอนของครู : .....

5) ปัญหาที่นำไปสู่การวิจัย : .....

#### 11.3 แนวทางการพัฒนาคุณภาพการสอน/แก้ปัญหา

1) ผลการใช้และปรับปรุงแผนการสอนครั้งนี้ : .....

2) แนวทางพัฒนาคุณภาพวิธีสอน/สื่อ/การวัดผล/เอกสารช่วยสอน: .....

	<b>แผนการจัดการเรียนรู้</b>	หน่วยที่ 6
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ แรงกระจาย	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง/ แรงกระจาย		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาจุดศูนย์กลางถ่วง จุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ และโมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่ รวมถึงวิเคราะห์แรงกระจายรูปเรขาคณิต ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับการหาจุดแรงลัพธ์ของแรงกระจาย
2. คำนวณหาตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วง จุดศูนย์กลางของมวล และจุดเซนทรอยด์

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณหาจุดศูนย์กลางถ่วงได้
2. คำนวณหาจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ได้
3. คำนวณหาโมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่ได้
4. วิเคราะห์แรงกระจายรูปเรขาคณิตได้

### 5. สาระการเรียนรู้

1. จุดศูนย์กลางถ่วง
2. จุดเซนทรอยด์ของพื้นที่
3. โมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่
4. จุดเซนทรอยด์ของรูปเรขาคณิต

### 6. กิจกรรมการเรียนรู้

#### 6.1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูนำวัตถุง่าย ๆ เช่น ไม้บรรทัด กระดาษแข็ง หรือกล่อง มาให้นักศึกษาลองหาจุดสมดุลโดยใช้ปลายนิ้วรองรับ จากนั้นตั้งคำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้
  - ทำไมวัตถุถึงสมดุลได้ในตำแหน่งนี้
  - จุดศูนย์กลางถ่วงและจุดเซนทรอยด์ต่างกันอย่างไร
2. นักศึกษาช่วยกันแสดงความคิดเห็นและเชื่อมโยงกับโครงสร้างวิศวกรรม เช่น เสา ไม้คาน สะพาน
3. ครูเกริ่นนำว่าการหาจุดเซนทรอยด์และโมเมนต์อันดับหนึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญของสถิตยศาสตร์ และงานออกแบบโครงสร้าง

#### 6.2 ชี้นำเนื้อหาและการสอน

1. ครูอธิบายพร้อมยกตัวอย่างการคำนวณ ในหัวข้อ 6.1 จุดศูนย์กลางถ่วง 6.2 จุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ 6.3 โมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่ และ 6.4 จุดเซนทรอยด์ของรูปเรขาคณิต

### 6.3 ขั้นสรุปและการประยุกต์

1. ครูให้นักศึกษากลุ่มเดิม ช่วยกันออกแบบรูปเรขาคณิตหรือพื้นที่โครงสร้าง เช่น แผ่นเพลต แผ่นพื้น รูปหน้าต่างต่าง ๆ หาเซนทรอยด์ของรูปนั้นด้วยวิธีแบ่งส่วนและอภิปรายผลลัพธ์ว่าจุดเซนทรอยด์อยู่ในตำแหน่งที่สมเหตุสมผลหรือไม่ นำงานมาเสนอหน้าชั้น (Mini Presentation) โดยอธิบายขั้นตอนและเหตุผลในการคำนวณ ลงในกระดาษคลิปชาร์ต

2. จากนั้นครูสุ่มให้ตัวแทนกลุ่มแต่ละกลุ่ม ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจสอบสถานการณ์ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหา

### 7. สื่อการเรียนการสอน

สื่อการเรียนรู้ หนังสือเรียน หน่วยที่ 6, PowerPoint ประกอบการสอน และแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน สื่อของจริง เช่น ไม้บรรทัด กระดาษแข็ง หรือกล่อง

### 8. หลักฐานการเรียนรู้

#### 8.1 หลักฐานความรู้

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 6.1
2. ผลการทำแบบทดสอบหน่วยที่ 6
3. ผลการตรวจแบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 6

#### 8.2 หลักฐานการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 6.1
2. ผลประเมินการนำเสนอหัวข้อแรงกระจาย

### 9. การวัดและประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 6	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 6	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 6.1	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 6	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

## 10. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

### 10.1 ผลการจัดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....

.....

.....

### 10.2 ปัญหา อุปสรรคที่พบ

.....

.....

.....

### 10.3 การแก้ไขปัญหา

#### 1) ผลการแก้ไขปัญหาค่าที่ส่งผลลัพธ์ที่ดีต่อผู้เรียน


.....

.....

#### 2) แนวทางแก้ไขปัญหาลงครั้งต่อไป

.....

.....

	<b>ใบความรู้ ที่ 6</b>	หน่วยที่ 6
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ แรงกระจาย	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง แรงกระจาย		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาจุดศูนย์กลาง จุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ และโมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่ รวมถึงวิเคราะห์แรงกระจายรูปเรขาคณิต ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับการหาจุดแรงลัพธ์ของแรงกระจาย
2. คำนวณหาตำแหน่งจุดศูนย์กลาง จุดศูนย์กลางของมวล และจุดเซนทรอยด์

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

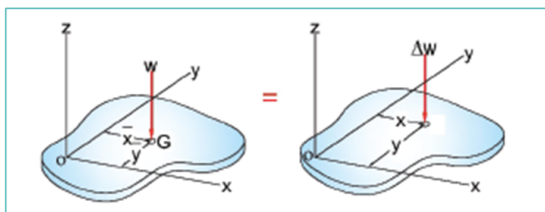
1. คำนวณหาจุดศูนย์กลางได้
2. คำนวณหาจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ได้
3. คำนวณหาโมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่ได้
4. วิเคราะห์แรงกระจายรูปเรขาคณิตได้

### 5. เนื้อหาสาระ

#### จุดศูนย์กลาง

จากรูปสามารถแบ่งแผ่นเพลตเป็นชั้นย่อยๆ ได้  $n$  ส่วน พิกัดของส่วนแรก คือ  $x_1$  และ  $y_1$

พิกัดของส่วนที่สอง คือ  $x_2$  และ  $y_2$  น้ำหนักของชิ้นส่วนเพลต คือ  $\Delta W_1 + \Delta W_2 + \dots + \Delta W_n$  ทิศทางของ  $W$  มีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางของโลก ได้ว่า



$$\Sigma F_2 : W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \dots + \Delta W_n$$

ให้  $\bar{x}$  และ  $\bar{y}$  เป็นพิกัดของจุดศูนย์กลาง (G) และ  $W$  คือ น้ำหนักรวมของเพลต ได้ว่า

$$\Sigma M_y : \bar{x}W = x_1 \Delta W_1 + x_2 \Delta W_2 + \dots + x_n \Delta W_n$$

$$\Sigma M_x : \bar{y}W = y_1 \Delta W_1 + y_2 \Delta W_2 + \dots + y_n \Delta W_n$$

จุดเซนทรอยด์ของพื้นที่

ในกรณีที่แผ่นเพลตมีความสม่ำเสมอทั้งแผ่น น้ำหนักของชิ้นส่วนย่อยๆ ของแผ่นเพลต เขียนได้ดังนี้

$$\Delta W = yt \Delta A$$

เมื่อ  $y$  คือ น้ำหนักจำเพาะ

$t$  คือ ความหนาของแผ่นเพลต

$\Delta A$  คือ พื้นที่ย่อย

จากสมการ

$$\begin{aligned} \Sigma \bar{M}_{\bar{y}}: \bar{x}A &= x_1 \Delta A_1 + x_2 \Delta A_2 + \dots + x_n \Delta A_n \\ \Sigma \bar{M}_{\bar{x}}: \bar{y}A &= y_1 \Delta A_1 + y_2 \Delta A_2 + \dots + y_n \Delta A_n \end{aligned}$$

โมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่

จากสมการ

$$\begin{aligned} \Sigma \bar{M}_{\bar{y}}: \bar{x}A &= x_1 \Delta A_1 + x_2 \Delta A_2 + \dots + x_n \Delta A_n \\ \Sigma \bar{M}_{\bar{x}}: \bar{y}A &= y_1 \Delta A_1 + y_2 \Delta A_2 + \dots + y_n \Delta A_n \end{aligned}$$

ทราบว่า  $x_A$  คือ โมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่  $A$  ตามแกน  $y$  และให้สัญลักษณ์ว่า  $Q_y$  คือ โมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่  $A$  ตามแนวแกน  $x$  และให้สัญลักษณ์ว่า นั่นคือ

$$Q_y = xA$$

$$Q_x = yA$$

รูปทรง	$\bar{x}$	$\bar{y}$	สูตรพื้นที่
สามเหลี่ยม	-	$\frac{h}{3}$	$\frac{bh}{2}$
ครึ่งวงกลม	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi r^2}{2}$
ครึ่งวงกลม	0	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi r^2}{2}$
ครึ่งวงรี	$\frac{4a}{3\pi}$	$\frac{4b}{3\pi}$	$\frac{\pi ab}{2}$
ครึ่งวงรี	0	$\frac{4b}{3\pi}$	$\frac{\pi ab}{2}$

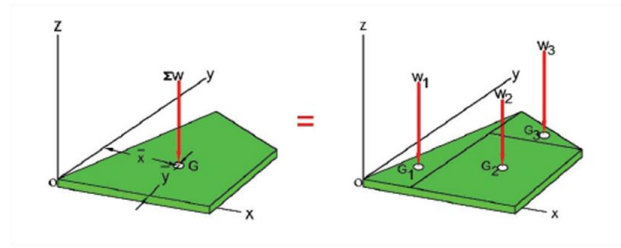
จุดเซนทรอยด์ของพื้นที่รูปทรงต่างๆ

**จุดเซนทรอยด์ของรูปเรขาคณิต**

การคำนวณจุดศูนย์กลางวงรูปเรขาคณิตนี้ ทำได้โดย หาค่าพิกัดจุดศูนย์กลางของแต่ละรูปย่อยแล้วนำมาคำนวณในสมการโมเมนต์ ดังนี้

$$\Sigma M_y : \bar{X} (W_1 + W_2 + \dots + W_n) = \bar{x}_1 W_1 + \bar{x}_2 W_2 + \dots + \bar{x}_n W_n$$

$$\Sigma M_x : \bar{Y} (W_1 + W_2 + \dots + W_n) = \bar{y}_1 W_1 + \bar{y}_2 W_2 + \dots + \bar{y}_n W_n$$



จุดศูนย์กลางของรูปเรขาคณิต

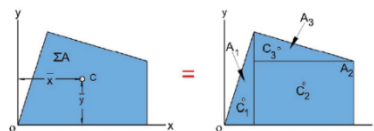
จากสมการ (ก) สามารถเขียนสมการสรุปได้ดังนี้

$$X\Sigma W = \Sigma xW \qquad Y\Sigma W = \Sigma yW \qquad (ข)$$

โดยที่ X และ Y คือ พิกัดจุดศูนย์กลางของแผ่นเพลต

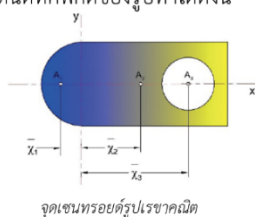
ในกรณีที่แผ่นเพลตมีความสม่ำเสมอและมีความหนาเท่ากันทั้งแผ่น จุดศูนย์กลางของแผ่นเพลตจะอยู่จุดเดียวกันกับจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ เมื่อจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่อยู่จุด C การหาพิกัด X และ Y หาโดยการแบ่งเพลตเป็นรูปย่อยๆ และหาพิกัดของแต่ละพื้นที่ย่อย จากนั้น หาพิกัดของจุดเซนทรอยด์รวม ดังสมการ (ค)

$$Q_y = X\Sigma W = \Sigma xW \qquad Q_x = Y\Sigma W = \Sigma yW \qquad (ค)$$



จุดศูนย์กลางของรูปเรขาคณิต

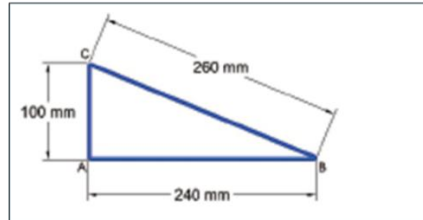
การหาจุดเซนทรอยด์ให้ค่านิ่งทิศของพิกัดรวมด้วย พื้นที่  $A_1$  อยู่ทางด้านลบ ดังนั้นพิกัดของ  $\bar{X}_1$  ต้องมีค่าเป็นลบ การกำหนดทิศพิกัดของรูปทำได้ดังนี้



จุดเซนทรอยด์รูปเรขาคณิต

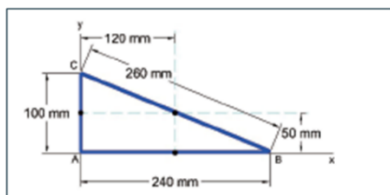
	$\bar{x}$	A	$\bar{x}A$
$A_1$ ครึ่งวงกลมทึบ	-	+	-
$A_2$ สี่เหลี่ยมทึบ	+	+	+
$A_3$ วงกลมกลวง	+	-	-

## ตัวอย่าง



จากรูป จงคำนวณหาจุดศูนย์กลางถ่วง เมื่อลวดมีความสม่ำเสมอ

## วิธีทำ



รูปย่อย	ความยาว (mm)	$\bar{x}$ (mm)	$\bar{y}$ (mm)	$\bar{x}L$ (mm <sup>2</sup> )	$\bar{y}L$ (mm <sup>2</sup> )
AB	240	120	0	$28.8 \times 10^3$	0
BC	260	120	50	$31.2 \times 10^3$	$13 \times 10^3$
CA	100	0	50	0	$5 \times 10^3$
$\Sigma$	$\Sigma L = 600$			$\Sigma \bar{x}L = 60 \times 10^3$	$\Sigma \bar{y}L = 18 \times 10^3$

$$\bar{X}\Sigma L = \Sigma \bar{x}L : \bar{X} (600 \text{ mm}^2) = 60 \times 10^3 \text{ mm}^2 \quad \bar{X} = 100 \text{ mm}$$

$$\bar{Y}\Sigma L = \Sigma \bar{y}L : \bar{Y} (600 \text{ mm}^2) = 18 \times 10^3 \text{ mm}^2 \quad \bar{Y} = 30 \text{ mm}$$

## 6. แบบฝึกหัด/แบบทดสอบ

1. ในการหาจุดเซนทรอยด์ของรูปเรขาคณิตที่ซับซ้อน ต้องพิจารณาอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงอธิบายวิธีการหาจุดเซนทรอยด์ของลวดโลหะที่ตัดเป็นรูปทรงต่างๆ

.....

.....

.....

.....

.....

3. ความสำคัญของการหาจุดศูนย์ถ่วงและจุดเซนทรอยด์ในงานวิศวกรรมคืออะไร

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงหาโมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 100×50 mm โดยใช้แกนอ้างอิงผ่านขอบด้านล่าง

.....

.....

.....

.....

.....

## 7. เอกสารอ้างอิง (ขึ้นหน้าใหม่)

อรณณกุล พูลศิริ จันทร์สะอาด. (2567). กลศาสตร์วิศวกรรม (Engineering Mechanics) (30100-1014). เอ็มพันธ์

### 8. ภาคผนวก (เฉลยแบบฝึกหัด เฉลยแบบทดสอบ ฯ)

1. จงอธิบายวิธีการหาจุดเซนทรอยด์ของลวดโลหะที่ตัดเป็นรูปทรงต่างๆ

**เฉลย** ใช้หลักการเกี่ยวกับการหาจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ แต่จะพิจารณาความยาวแทนพื้นที่ โดย

หาจุดศูนย์กลางของความยาวแต่ละส่วน

$$\text{ใช้สูตร } X\Sigma L = \Sigma xL \text{ และ}$$

$$Y\Sigma L = \Sigma yLY$$

โดยที่ L คือความยาวของลวดในแต่ละส่วน

2. ความสำคัญของการหาจุดศูนย์กลางถ่วงและจุดเซนทรอยด์ในงานวิศวกรรมคืออะไร

**เฉลย** ใช้ในการวิเคราะห์ความมั่นคงของโครงสร้าง

ช่วยในการออกแบบส่วนประกอบของเครื่องจักร

ใช้ในการคำนวณแรงที่กระทำต่อโครงสร้าง

สำคัญในการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อย

ช่วยในการวางตำแหน่งศูนย์กลางมวลของวัตถุ

3. จงหาจุดเซนทรอยด์ของรูปทรงรวมที่ประกอบด้วยสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 80×60 mm และสามเหลี่ยมขนาดฐาน 80 mm สูง 40 mm

**วิธีทำ** แบ่งเป็น 2 ส่วน

$$\text{ส่วนที่ 1 สี่เหลี่ยมผืนผ้า } A_1 = 80 \times 60 = 4,800 \text{ mm}^2$$

$$\text{พิกัด } x_1 = 40 \text{ mm}$$

$$y_1 = 30 \text{ mm}$$

$$\text{ส่วนที่ 2 สามเหลี่ยม } A_2 = \frac{1}{2} \times 80 \times 40 = 1,600 \text{ mm}^2$$

$$\text{พิกัด } x_2 = 40 \text{ mm}$$

$$y_2 = 60 + \frac{40}{3}$$

$$= 73.33 \text{ mm}$$

$$\text{จากสูตร } X = \frac{\Sigma xA}{\Sigma A}$$

$$\text{แทนค่า } X = \frac{40 \times 4,800 + 40 \times 1,600}{4,800 + 1,600}$$

$$= \frac{192,000 + 64,000}{6,400}$$

$$= 40 \text{ mm}$$

$$\text{จากสูตร } Y = \frac{\Sigma yA}{\Sigma A}$$

$$\text{แทนค่า } Y = \frac{30 \times 4,800 + 73.33 \times 1,600}{6,400}$$

$$= \frac{144,000 + 117,328}{6,400}$$

$$= 40.83 \text{ mm}$$


∴ จุดเซนทรอยด์ คือ (40, 40.83) mm

4. จงหาโมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด  $100 \times 50$  mm โดยใช้แกนอ้างอิงผ่านขอบด้านล่าง

วิธีทำ      พื้นที่  $A = 100 \times 50 = 5,000$  mm<sup>2</sup>

ระยะทางจากแกนอ้างอิงถึงจุดศูนย์กลาง  $y = 25$  mm

$$\begin{aligned} Q_x &= y \cdot A \\ &= 25 \times 5,000 \\ &= 125,000 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

	<b>ใบกิจกรรม ที่ 6</b>	หน่วยที่ 6
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ แรงกระจาย	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน แรงกระจาย		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาจุดศูนย์กลาง จุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ และโมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่ รวมถึงวิเคราะห์แรงกระจายรูปเรขาคณิต ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับการหาจุดแรงลัพธ์ของแรงกระจาย
2. คำนวณหาตำแหน่งจุดศูนย์กลาง จุดศูนย์กลางของมวล และจุดเซนทรอยด์

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณหาจุดศูนย์กลางได้
2. คำนวณหาจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ได้
3. คำนวณหาโมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่ได้
4. วิเคราะห์แรงกระจายรูปเรขาคณิตได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ ชุดทดลองคาน ตุ้มน้ำหนัก จุดหมุน ตลับเมตร	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ เชือก/เส้นเอ็น สกรู/ตะปู/คลิปหนีบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- การแก้สมการ การ แตกแรง และตรีโกณมิติ - หลักสมมูลของแรงและ โมเมนต์ - การออกแบบ โครงสร้างให้มั่นคง เช่น คาน สะพาน - การใช้โปรแกรมช่วย วิเคราะห์แรง

### 6. ขั้นตอนการทำกิจกรรม

ครูให้นักศึกษากลุ่มเดิม ช่วยกันออกแบบรูปเรขาคณิตหรือพื้นที่ที่โครงสร้าง เช่น แผ่นเพลต แผ่นพื้น รูปหน้าตัดง่าย ๆ หาเซนทรอยด์ของรูปนั้นด้วยวิธีแบ่งส่วนและอภิปรายผลลัพธ์ว่าจุดเซนทรอยด์อยู่ในตำแหน่งที่สมเหตุสมผลหรือไม่ นำงานมาเสนอหน้าชั้น (Mini Presentation) โดยอธิบายขั้นตอนและเหตุผลในการคำนวณ ลงในกระดาษคลิปชาร์ต

## 7. สรุปและอภิปราย


แรงที่กระทำต่อวัตถุในแต่ละจุดเป็นแรงแบบเดียว แต่เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุหลาย ๆ แรงจะสามารถแทนด้วยแรงลัพธ์หรือแรงรวมกระทำที่จุดจุดหนึ่งได้ แต่โดยความเป็นจริงแล้ว วัตถุจะมีแรงกระทำกระจายอยู่ในพื้นที่หรือปริมาตร การวิเคราะห์จุดที่แรงลัพธ์กระทำนั้นถือเป็นสิ่งที่สำคัญ เช่นเดียวกับน้ำหนักของวัตถุ จุดศูนย์กลางของน้ำหนักของวัตถุเรียกว่า จุดศูนย์ถ่วง (Center of Gravity) ในส่วนนี้จะศึกษาการวิเคราะห์หาจุดศูนย์ถ่วงของวัตถุ จุดศูนย์กลางมวลและจุดเซนทรอยด์

## 8. การประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 6	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 6	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 6.1	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 6	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

## 9. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบงาน ที่ 6</b>	หน่วยที่ 6
	รหัสวิชา 30100-1014.....ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ แรงกระจาย	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน แรงกระจาย		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาจุดศูนย์กลางถ่วง จุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ และโมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่ รวมถึงวิเคราะห์แรงกระจายรูปเรขาคณิต ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับการหาจุดแรงลัพธ์ของแรงกระจาย
2. คำนวณหาตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วง จุดศูนย์กลางของมวล และจุดเซนทรอยด์

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณหาจุดศูนย์กลางถ่วงได้
2. คำนวณหาจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ได้
3. คำนวณหาโมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่ได้
4. วิเคราะห์แรงกระจายรูปเรขาคณิตได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ ชุดทดลองคาน ตุ้มน้ำหนัก จุดหมุน ตลับเมตร	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ เชือก/เส้นเอ็น สกรู/ตะปู/คลิปหนีบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- การแก้สมการ การ แตกแรง และตรีโกณมิติ - หลักสมมูลของแรงและ โมเมนต์ - การออกแบบ โครงสร้างให้มั่นคง เช่น คาน สะพาน - การใช้โปรแกรมช่วย วิเคราะห์แรง

### 6. คำแนะนำ/ข้อควรระวัง

### 7. ขั้นตอนการปฏิบัติงาน

1. แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัดที่ 6.1 เรื่อง จุดเซนทรอยด์และโมเมนต์อันดับหนึ่งแสดงวิธีทำลงในกระดาษคลิปปาร์ต

2. ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจคำตอบของกลุ่มอื่นที่ออกมานำเสนอ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหาของคำตอบ

**8. สรุปและวิจารณ์ผล**

แรงที่กระทำต่อวัตถุในแต่ละจุดเป็นแรงแบบเดียว แต่เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุหลาย ๆ แรงจะสามารถแทนด้วยแรงลัพธ์หรือแรงรวมกระทำที่จุดจุดหนึ่งได้ แต่โดยความเป็นจริงแล้ว วัตถุจะมีแรงกระทำกระจายอยู่ในพื้นที่หรือปริมาตร การวิเคราะห์จุดที่แรงลัพธ์กระทำนั้นถือเป็นสิ่งที่สำคัญ เช่นเดียวกับน้ำหนักของวัตถุ จุดศูนย์กลางของน้ำหนักของวัตถุเรียกว่า จุดศูนย์กลางถ่วง (Center of Gravity) ในส่วนนี้จะศึกษาการวิเคราะห์หาจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ จุดศูนย์กลางมวลและจุดเซนทรอยด์

**9. การประเมินผล**

ชื่อ-สกุล..... รหัสประจำตัวนักเรียน.....

ระดับชั้น..... กลุ่ม..... แผนกวิชา.....

ไปปฏิบัติงานที่..... วิชา.....

จุดที่	ขนาดตามแบบ	พิกัดที่กำหนด	คะแนนเต็ม	ขนาดที่วัดได้	คะแนนที่ได้
รวม					


**9.1 เกณฑ์การประเมิน**

หมายเหตุ	ผลการประเมิน
	ได้ร้อยละ 80-100 ดีมาก 70-79 ดี 60-69 พอใช้ 50-59 ต้องปรับปรุง น้อยกว่า 50 ต่ำกว่าเกณฑ์

ลงชื่อ..... (.....) นักเรียน-นักศึกษา	ลงชื่อ..... (.....) ผู้ตรวจ	คะแนนที่ได้ .....
---	-----------------------------------	----------------------

**10. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม**

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบมอบหมายงาน ที่ 6</b>	หน่วยที่ 6
	รหัสวิชา...30100-1014.... ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 13
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ แรงกระจาย	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน แรงกระจาย		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาจุดศูนย์กลางถ่วง จุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ และโมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่ รวมถึงวิเคราะห์แรงกระจายรูปเรขาคณิต ด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                      |   |             |   |
|----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ      | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บุคลากรกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับการหาจุดแรงลัพธ์ของแรงกระจาย
2. คำนวณหาตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วง จุดศูนย์กลางของมวล และจุดเซนทรอยด์

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณหาจุดศูนย์กลางถ่วงได้
2. คำนวณหาจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ได้
3. คำนวณหาโมเมนต์อันดับหนึ่งของพื้นที่ได้
4. วิเคราะห์แรงกระจายรูปเรขาคณิตได้

### 5. รายละเอียดของงาน

1. งานที่มอบหมายนอกเหนือเวลาเรียน ให้ทำแบบทดสอบหน่วยที่ 6
2. สืบค้นข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับแรงกระจาย

### 6. กำหนดเวลาส่งงาน หลังการการสอนเสร็จสิ้น

### 7. แนวทางในการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 6.1
2. ผลประเมินการนำเสนอหัวข้อแรงกระจาย

### 8. แหล่งข้อมูลค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

### 9. การประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 6	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 6	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 6.1	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 6	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

**วิทยาลัยเทคนิคบางสะพาน**  
**แบบประเมินด้านคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์**

สาขาวิชา.....สาขางาน.....ระดับชั้น.....กลุ่ม.....

ลำดับ ที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมิน										คะแนนรวม	คะแนนเฉลี่ย
		ยึดมั่นในสถาบันฯ	ละเว้นอบายมุข	ความมีวินัย	ความสามัคคี	จิตอาสา	ขยันและ	ประหยัด	ซื่อสัตย์	สุภาพ	ตรงต่อเวลา		
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													

หมายเหตุ

- เกณฑ์การประเมินคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์

- 3 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนแสดงประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอและเป็นผู้นำได้
- 2 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอ
- 1 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติไม่สม่ำเสมอ
- 0 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนไม่ประพฤติปฏิบัติ

**บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้**

1) วัน เดือน ปี .....สอนครั้งที่ .../... สาขา/ชั้นปี .....จำนวนผู้เรียน.....คน  
มาเรียนปกติ.....คน ขาดเรียน.....คน ลาป่วย.....คน ลากิจ.....คน มาสาย.....คน

2) หัวข้อเรื่อง/เนื้อหาสาระ :

.....  
 สอนครบตามหัวข้อเรื่องในแผนฯ  สอนไม่ครบเนื่องจาก.....

3) กิจกรรม/วิธีการสอน

ครูแนะนำและบอกจุดประสงค์  ครูอธิบาย/ถาม-ตอบ/สาธิต/

ทำแบบทดสอบก่อนเรียน  ทำแบบทดสอบหลังเรียน

ทำแบบฝึกหัด/โจทย์ปัญหา  ทำใบกิจกรรม/ใบงาน

อื่น ๆ (ระบุ).....

4) สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ : .....

**11.2 ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ**

1) การวัดผลและประเมินผล/ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน : .....

2) สมรรถนะที่ผู้เรียนได้รับ : .....

3) สอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม : .....


4) ผลการสอนของครู : .....

5) ปัญหาที่นำไปสู่การวิจัย : .....

**11.3 แนวทางการพัฒนาคุณภาพการสอน/แก้ปัญหา**

1) ผลการใช้และปรับปรุงแผนการสอนครั้งนี้ : .....

2) แนวทางพัฒนาคุณภาพวิธีสอน/สื่อ/การวัดผล/เอกสารช่วยสอน: .....

	<b>แผนการจัดการเรียนรู้</b>	หน่วยที่ 7
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชาทฤษฎีจิตวิทยา	สอนครั้งที่ 14
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โมเมนต์ความเฉื่อย	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง/ โมเมนต์ความเฉื่อย		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ รัศมีใจเรชันของพื้นที่ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่โดยใช้ทฤษฎีแกนขนาน และโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิตด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                      |   |             |   |
|----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ      | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บุคลากรกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงต่าง ๆ
2. คำนวณโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงต่าง ๆ

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ได้
2. คำนวณหารัศมีใจเรชันของพื้นที่ได้
3. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่โดยใช้ทฤษฎีแกนขนานได้
4. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิตได้

### 5. สารการเรียนรู้

1. โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่
2. รัศมีใจเรชันของพื้นที่
3. ทฤษฎีแกนขนานของพื้นที่
4. โมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิต

### 6. กิจกรรมการเรียนรู้

#### 6.1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูนำวัตถุสองชิ้นที่มีรูปทรงต่างกัน (เช่น ไม้บรรทัด แผ่นกระดาษแข็ง) มาถามนักศึกษาว่า ถ้าต้องการหมุนวัตถุสองอันนี้ อันไหนหมุนง่ายกว่ากัน เพราะอะไร
2. ให้นักศึกษาทดลองหมุนวัตถุจริงแบบเร็ว ๆ เพื่อให้เห็นความแตกต่างเชิงประสบการณ์
3. จากนั้นนำเข้าสู่คำถามหลักของบทเรียน อะไรเป็นตัวกำหนดว่าวัตถุหมุนง่ายหรือยากแล้วเชื่อมโยงไปสู่แนวคิดเรื่อง โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่และรัศมีใจเรชัน

#### 6.2 ชี้นำเนื้อหาและการสอน

1. ครูอธิบายพร้อมยกตัวอย่างการคำนวณ ในหัวข้อ 7.1 โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ 7.2 รัศมีใจเรชันของพื้นที่ 7.3 ทฤษฎีแกนขนานของพื้นที่ และ 7.4 โมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิต

### 6.3 ชั้นสรุปและการประยุกต์

1. ครูให้นักศึกษากลุ่มเดิม ช่วยกันทำโจทย์ประยุกต์ เช่น ออกแบบหน้าตัดคานรูปตัว I ที่รับโมเมนต์ดัดให้ได้มากที่สุด เปรียบเทียบหน้าตัดสองแบบว่าแบบใดมีความต้านทานดัดดีกว่า โดยใช้ค่าความเฉื่อยพื้นที่และอธิบายเหตุผลทางวิศวกรรมประกอบลงในกระดาษคลิปปาร์ต

2. จากนั้นครูสุ่มให้ตัวแทนกลุ่มแต่ละกลุ่ม ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจสอบการงาน โดยมีการคอยเพิ่มเติมเนื้อหา

### 7. สื่อการเรียนการสอน

สื่อการเรียนรู้ หนังสือเรียน หน่วยที่ 7, PowerPoint ประกอบการสอน และแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน สื่อของจริง เช่น ไม้บรรทัด แผ่นกระดาษแข็ง

### 8. หลักฐานการเรียนรู้

#### 8.1 หลักฐานความรู้

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 7.1
2. ผลการทำแบบทดสอบหน่วยที่ 7
3. ผลการตรวจแบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 7

#### 8.2 หลักฐานการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 7.1
2. ผลประเมินนำเสนอหัวข้อโมเมนต์ความเฉื่อย

### 9. การวัดและประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 7	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 7	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 7.1	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 7	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

## 10. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

### 10.1 ผลการจัดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....  
.....  
.....

### 10.2 ปัญหา อุปสรรคที่พบ

.....  
.....  
.....


### 10.3 การแก้ไขปัญหา

#### 1) ผลการแก้ไขปัญหาที่ส่งผลลัพธ์ที่ดีต่อผู้เรียน

.....  
.....

#### 2) แนวทางแก้ปัญหาในครั้งต่อไป

.....  
.....

	<b>ใบความรู้ ที่ 7</b>	หน่วยที่ 7
	รหัสวิชา...30100-1014... ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 14
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โมเมนต์ความเฉื่อย	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง โมเมนต์ความเฉื่อย		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ รัศมีจเรชันของพื้นที่ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่โดยใช้ทฤษฎีแกนขนาน และโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิตด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บุคลากรกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงต่าง ๆ
2. คำนวณโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงต่าง ๆ

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

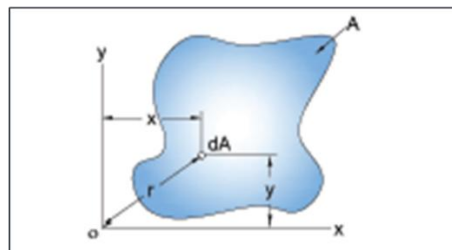
1. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ได้
2. คำนวณหารัศมีจเรชันของพื้นที่ได้
3. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่โดยใช้ทฤษฎีแกนขนานได้
4. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิตได้

### 5. เนื้อหาสาระ

#### โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่

โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ย่อย  $dA$  ตามแนวแกน  $x$  และ  $y$  คือ  $dI_x = y^2 dA$  และ  $dI_y = x^2 dA$  ตามลำดับ แสดงดังรูป คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่  $A$  โดยการอินทิเกรต ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} I_x &= \int y^2 dA \\ I_y &= \int x^2 dA \end{aligned} \quad (ก)$$



โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ย่อย  $dA$

สามารถคำนวณโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ย่อย  $dA$  รอบจุดกำเนิดหรือแนวแกน  $z$  ซึ่งเรียกว่า โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงขั้ว นั่นคือ  $dJ_0 = r^2 dA$  เมื่อ  $r$  คือ ระยะตั้งฉากจากจุดกำเนิดไปยังพื้นที่ย่อย  $dA$  คำนวณได้ ดังนี้

$$J_0 = \int r^2 dA = \int (x^2 + y^2) dA = \int y^2 dA + \int x^2 dA$$

$$J_0 = I_x + I_y \tag{ข}$$

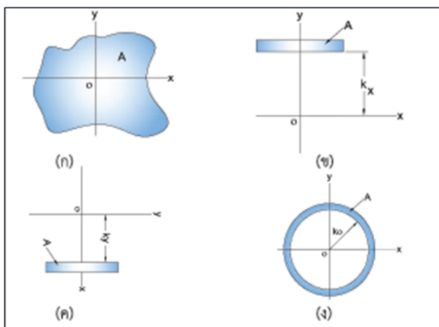
เมื่อ  $r^2 = x^2 + y^2$

จากสมการข้างต้นพบว่า  $I_x$   $I_y$  และ  $J_0$  จะต้องมีค่าเป็นบวกเสมอ เนื่องจากการคูณกันของระยะทางยกกำลังสองกับพื้นที่ และหน่วยของโมเมนต์ความเฉื่อยคือ หน่วยของความยาวกำลังสี่ เช่น  $m^4$  หรือ  $mm^4$

**รัศมีไจเรชั่นของพื้นที่**

จากรูป (ก) โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่  $A$  รอบแกน  $x$  มีค่าเท่ากับ  $I_x$  ถ้าบีบพื้นที่ให้เป็นแถบบางขนานกับแกน  $x$  ดังรูป (ข) แถบบางนี้มีระยะห่างจากแกน  $x$  เท่ากับ  $k_x$  ดังนั้นโมเมนต์ความเฉื่อยเท่ากับ

$$I_x = x_x^2 A \tag{ก}$$



นั่นคือ

$$k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

เมื่อ  $k_x$  เรียกว่า รัศมีไจเรชั่นของพื้นที่ตามแนวแกน  $x$  เช่นเดียวกับ  $k_y$  และ  $k_0$  ได้ว่า

$$I_y = x_y^2 A \tag{ค}$$

$$k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

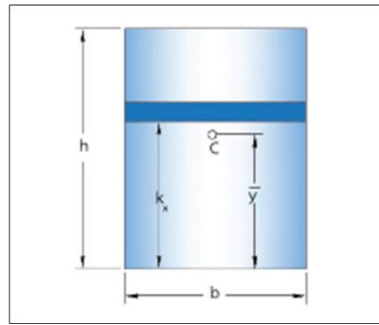
$$J_0 = x_0^2 A \tag{ง}$$

$$k_0 = \sqrt{\frac{J_0}{A}}$$

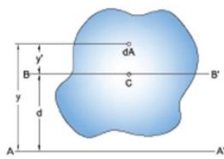
เมื่อสมการ (ข) เมื่อแทนด้วยค่ารัศมีไจเรชั่น จะได้ว่า

$$x_0^2 A = k_x^2 + k_y^2 \tag{จ}$$

ดังตัวอย่างในรูป คำนวณหาโมเมนต์เฉื่อย  $k_x$  ตามแนวแกนฐานของรูปได้ดังนี้



**ทฤษฎีแกนขนานของพื้นที่**



โมเมนต์ความเฉื่อยแกน AA'

โมเมนต์ความเฉื่อย  $I$  ของพื้นที่  $A$  ตามแนวแกน  $AA'$  เท่ากับ  $y$  ดังรูป เขียนได้ดังนี้

$$I = \int y^2 dA$$

แกน  $BB'$  ที่ลากผ่านจุดเซนทรอยด์  $C$  ขนานกับแกน  $AA'$  เรียกว่า แกนศูนย์ถ่วง (Centroidal Axis)

มีระยะห่างจาก  $dA$  ถึง  $BB'$  เท่ากับ  $y = y' + d$  เมื่อ  $d$  คือ ระยะห่างระหว่าง แกน  $AA'$  กับแกน  $BB'$  ดังนั้น

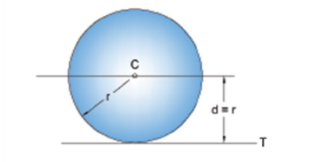
$$I = \int y^2 dA = \int (y' + d)^2 dA$$

$$= \int y'^2 dA = 2d \int y' dA + d^2 \int y' dA$$

ได้ว่า  $I = \bar{I} + Ad^2$

โดยที่  $\bar{I}$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ใดๆ ตามแนวแกน  $AA'$  ซึ่งมีค่าเท่ากับโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่  $\bar{I}$  ตามแนวแกนของจุดเซนทรอยด์ (แกน  $BB'$ ) ที่ขนานกันกับแกน  $AA'$  รวมกับผลคูณของพื้นที่กับค่ายกกำลังสองของระยะ  $d$

**ตัวอย่าง**



จงหาโมเมนต์ความเฉื่อย  $I_T$  ของรูปวงกลมโดยใช้หลักการทฤษฎีแกนขนาน

**วิธีทำ**

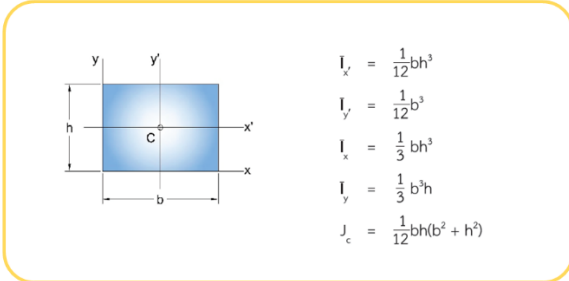


$$I_T = \bar{I} + Ad^2 = \frac{1}{4} \pi r^4 + (\pi r^2) r^2 = \frac{5}{4} \pi r^4$$

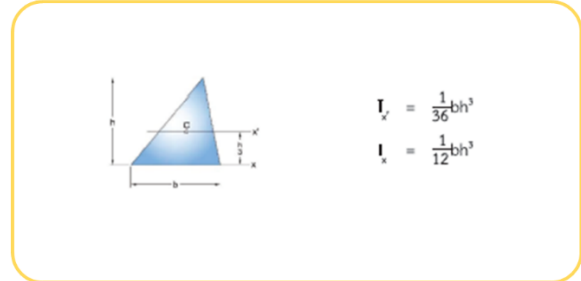
**โมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิต**

รูปประกอบ A อาจประกอบไปด้วยรูปทรงพื้นฐานหลายรูปด้วยกัน ( $A_1, A_2, A_3, \dots$ ) การคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปประกอบ A ทำได้โดยหาโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปย่อยแต่ละรูปแล้วนำมารวมกัน โดยอาจมีการใช้หลักการทฤษฎีแกนขนานเมื่อแกนของโมเมนต์ไม่ได้อยู่ในแนวเดียวกัน โมเมนต์ของพื้นที่รูปพื้นฐาน แสดงดังรูป

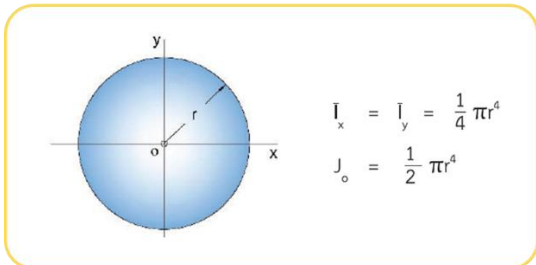
**Rectangle**



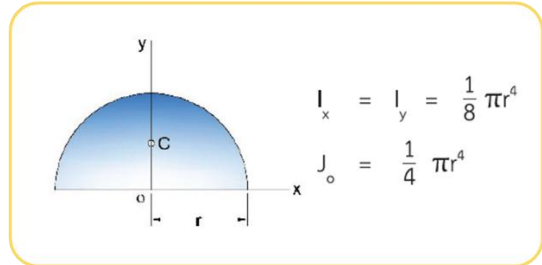
**Triangle**



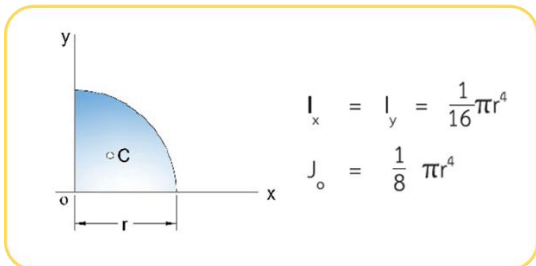
**Circle**



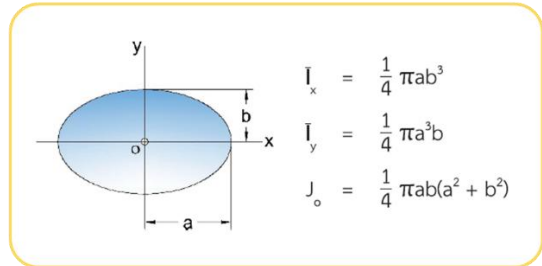
**Semicircle**



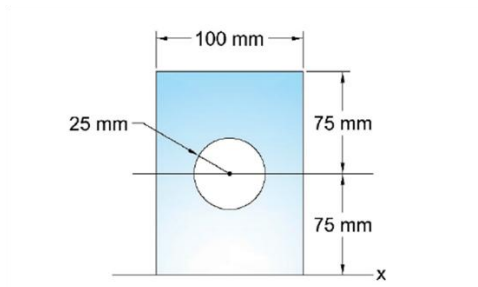
**Quarter circle**



**Ellipse**



**ตัวอย่าง**

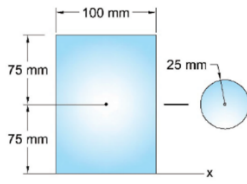


จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ที่แรเงาตามแนวแกน x

**วิธีทำ**



จากรูปโจทย์ คือ รูปสี่เหลี่ยมตัดออกด้วยรูปวงกลม ดังนี้



ใช้ทฤษฎีแกนขนาน โมเมนต์ความเฉื่อยในแนวแกน x ของรูปวงกลมและรูปสี่เหลี่ยม คือ  $I_x = \frac{1}{4} \pi r^4$  และ  $I_x = \frac{1}{12} bh^3$  ตามลำดับ

รูปวงกลม

$$I_x = I_{x'} + Ab^2$$

$$= \frac{1}{4} \pi (25)^4 + \pi (25)^2 (75)^2$$

$$= 11.4 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

รูปสี่เหลี่ยม

$$I_x = I_{x'} + Ab^2$$

$$= \frac{1}{12} (100)(150)^3 + (100)(150) (75)^2$$

$$= 112.5 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

ดังนั้น

$$I_x = -11.4 \times 10^6 + 112.5 \times 10^6$$

$$= 101 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

**6. แบบฝึกหัด/แบบทดสอบ**

1. จงอธิบายความหมายของโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงอธิบายความแตกต่างระหว่างโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่และโมเมนต์ความเฉื่อยเชิงขั้ว

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงอธิบายความหมายของรัศมีไจเรชั่น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงอธิบายทฤษฎีแกนขนานและสมการที่ใช้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## 7. เอกสารอ้างอิง (ขึ้นหน้าใหม่)

อรณณกุล พูลศิริ จันทรสะอาด. (2567). กลศาสตร์วิศวกรรม (Engineering Mechanics) (30100-1014). เอ็มพันธ์

## 8. ภาคผนวก (เฉลยแบบฝึกหัด เฉลยแบบทดสอบ ฯ)

1. จงอธิบายความหมายของโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่

**เฉลย** โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ คือ การวัดค่าต้านทานการหมุนของวัตถุเทียบกับแกนหมุน นั้น ๆ ซึ่งถ้าเทียบกับการเคลื่อนที่เชิงเส้นก็คล้ายกับค่ามวลของวัตถุนั้นเอง โมเมนต์ความเฉื่อยเป็นคุณสมบัติของวัตถุที่จะกำหนดค่าความต้านทานต่อการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเชิงมุมรอบแกนของการหมุนของมัน และเป็นการวัดค่าที่เกิดจากการรวมกันของมวลและเรขาคณิตของวัตถุ

2. จงอธิบายความแตกต่างระหว่างโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่และโมเมนต์ความเฉื่อยเชิงขั้ว


**เฉลย** โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ ( $I_x, I_y$ ) วัดต้านทานการหมุนรอบแกนเฉพาะ (แกน x หรือ y) โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงขั้ว ( $J_0$ ) วัดต้านทานการหมุนรอบจุดหนึ่ง ๆ โดย  $J_0 = I_x + I_y$

3. จงอธิบายความหมายของรัศมีไจเรชั่น

**เฉลย** รัศมีไจเรชั่น ( $k$ ) คือค่าที่บอกว่าถ้าบีบพื้นที่ทั้งหมดให้มูรวมจนเป็นแถบบางที่มีพื้นที่เท่าเดิมและให้ห่างจากแกนเป็นระยะ  $k$  ก็จะทำให้โมเมนต์ความเฉื่อยค่าเดียวกันกับพื้นที่เดิม โดย  $k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$ ,  $k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$

4. จงอธิบายทฤษฎีแกนขนานและสมการที่ใช้

**เฉลย** ทฤษฎีแกนขนานกล่าวว่า โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่รอบแกนใด ๆ เท่ากับโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่รอบแกนเซนทรอยด์ที่ขนานกันบวกกับผลคูณของพื้นที่และกำลังสองของระยะระหว่างแกนทั้งสองแกน สมการ  $I = \bar{I}_c + Ad^2$

	<b>ใบกิจกรรม ที่ 7</b>	หน่วยที่ 7
	รหัสวิชา...30100-1014.... ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 14
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โมเมนต์ความเฉื่อย	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน โมเมนต์ความเฉื่อย		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ รัศมีใจเรขาคณิตของพื้นที่ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่โดยใช้ทฤษฎีแกนขนาน และโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิตด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงต่าง ๆ
2. คำนวณโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงต่าง ๆ

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ได้
2. คำนวณหารัศมีใจเรขาคณิตของพื้นที่ได้
3. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่โดยใช้ทฤษฎีแกนขนานได้
4. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิตได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ ชุดทดลองคาน ตุ้มน้ำหนัก จุดหมุน ตลับเมตร	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ เชือก/เส้นเอ็น สกรู/ตะปู/คลิปหนีบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- การแก้สมการ การ แตกแรง และตรีโกณมิติ - หลักสมมูลของแรงและ โมเมนต์ - การออกแบบ โครงสร้างให้มั่นคง เช่น คาน สะพาน - การใช้โปรแกรมช่วย วิเคราะห์แรง

### 6. ขั้นตอนการทำกิจกรรม

1. แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัดที่ 7.1 โมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิต แสดงวิธีทำลงในกระดาษคลิปปาร์ต
2. ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจคำตอบของกลุ่มอื่นที่ออกมานำเสนอ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหาของคำตอบ

## 7. สรุปและอภิปราย


แรงที่กระทำต่อวัตถุในแต่ละจุดเป็นแรงแบบเดียว แต่เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุหลาย ๆ แรงจะสามารถแทนด้วยแรงลัพธ์หรือแรงรวมกระทำที่จุดจุดหนึ่งได้ แต่โดยความเป็นจริงแล้ว วัตถุจะมีแรงกระทำกระจายอยู่ในพื้นที่หรือปริมาตร การวิเคราะห์จุดที่แรงลัพธ์กระทำนั้นถือเป็นสิ่งที่สำคัญ เช่นเดียวกับน้ำหนักของวัตถุ จุดศูนย์กลางของน้ำหนักของวัตถุเรียกว่า จุดศูนย์กลางถ่วง (Center of Gravity) ในส่วนนี้จะศึกษาการวิเคราะห์หาจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ จุดศูนย์กลางมวลและจุดเซนทรอยด์

## 8. การประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 7	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 7	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 7.1	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 7	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

## 9. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบงาน ที่ 7</b>	หน่วยที่ 7
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชาทฤษฎีทัศนศึกษา	สอนครั้งที่ 14
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โมเมนต์ความเฉื่อย	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน โมเมนต์ความเฉื่อย		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ รัศมีใจเรขาคณิตของพื้นที่ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่โดยใช้ทฤษฎีแกนขนาน และโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิตด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุทรงต่าง ๆ
2. คำนวณโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุทรงต่าง ๆ

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ได้
2. คำนวณหารัศมีใจเรขาคณิตของพื้นที่ได้
3. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่โดยใช้ทฤษฎีแกนขนานได้
4. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิตได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ ชุดทดลองคาน ตุ้มน้ำหนัก จุดหมุน ตลับเมตร	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ เชือก/เส้นเอ็น สกรู/ตะปู/คลิปหนีบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- การแก้สมการ การ แตกแรง และตรีโกณมิติ - หลักสมมูลของแรงและ โมเมนต์ - การออกแบบ โครงสร้างให้มั่นคง เช่น คาน สะพาน - การใช้โปรแกรมช่วย วิเคราะห์แรง

### 6. คำแนะนำ/ข้อควรระวัง

### 7. ขั้นตอนการปฏิบัติงาน

1. แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัดที่ 7.1 โมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิต แสดงวิธีทำลงในกระดาษคลิบชาร์ต

2. ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจคำตอบของกลุ่มอื่นที่ออกมาแนะนำ โดยมีการคอยเพิ่มเติมเนื้อหาของคำตอบ

**8. สรุปและวิจารณ์ผล**

แรงที่กระทำต่อวัตถุในแต่ละจุดเป็นแรงแบบเดียว แต่เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุหลาย ๆ แรงจะสามารถแทนด้วยแรงลัพธ์หรือแรงรวมกระทำที่จุดจุดหนึ่งได้ แต่โดยความเป็นจริงแล้ว วัตถุจะมีแรงกระทำกระจายอยู่ในพื้นที่หรือปริมาตร การวิเคราะห์จุดที่แรงลัพธ์กระทำนั้นถือเป็นสิ่งที่สำคัญ เช่นเดียวกับน้ำหนักของวัตถุ จุดศูนย์กลางของน้ำหนักของวัตถุเรียกว่า จุดศูนย์กลางถ่วง (Center of Gravity) ในส่วนนี้จะศึกษาการวิเคราะห์หาจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ จุดศูนย์กลางมวลและจุดเซนทรอยด์

**9. การประเมินผล**

ชื่อ-สกุล..... รหัสประจำตัวนักเรียน.....

ระดับชั้น..... กลุ่ม..... แผนกวิชา.....

ไปปฏิบัติงานที่..... วิชา.....

จุดที่	ขนาดตามแบบ	พิกัดที่กำหนด	คะแนนเต็ม	ขนาดที่วัดได้	คะแนนที่ได้
รวม					


**9.1 เกณฑ์การประเมิน**

หมายเหตุ	ผลการประเมิน
	ได้ร้อยละ 80-100 ดีมาก 70-79 ดี 60-69 พอใช้ 50-59 ต้องปรับปรุง น้อยกว่า 50 ต่ำกว่าเกณฑ์

ลงชื่อ..... (.....) นักเรียน-นักศึกษา	ลงชื่อ..... (.....) ผู้ตรวจ	คะแนนที่ได้ .....
---	-----------------------------------	----------------------

**10. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม**

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบมอบหมายงาน ที่ 7</b>	หน่วยที่ 7
	รหัสวิชา...30100-1014.... ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 14
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ โมเมนต์ความเฉื่อย	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน โมเมนต์ความเฉื่อย		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ รัศมีใจเรขาคณิตของพื้นที่ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่โดยใช้ทฤษฎีแกนขนาน และโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิตด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                      |   |             |   |
|----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ      | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บุคลากรกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงต่าง ๆ
2. คำนวณโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงต่าง ๆ

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ได้
2. คำนวณหารัศมีใจเรขาคณิตของพื้นที่ได้
3. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่โดยใช้ทฤษฎีแกนขนานได้
4. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิตได้

### 5. รายละเอียดของงาน

1. งานที่มอบหมายนอกเหนือเวลาเรียน ให้ทำแบบทดสอบหน่วยที่ 7
2. สืบค้นข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับโมเมนต์ความเฉื่อย

### 6. กำหนดเวลาส่งงาน หลังการการสอนเสร็จสิ้น

### 7. แนวทางในการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 7.1
2. ผลประเมินการนำเสนอหัวข้อโมเมนต์ความเฉื่อย

### 8. แหล่งข้อมูลค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

### 9. การประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 7	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 7	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 7.1	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 7	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

**วิทยาลัยเทคนิคบางสะพาน**  
**แบบประเมินด้านคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์**

สาขาวิชา.....สาขางาน.....ระดับชั้น.....กลุ่ม.....

ลำดับ ที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมิน										คะแนนรวม	คะแนนเฉลี่ย
		ยึดมั่นในสถาบันฯ	ละเว้นอภัยมุข	ความมีวินัย	ความสามัคคี	จิตอาสา	ขยันและ	ประหยัด	ซื่อสัตย์	สุภาพ	ตรงต่อเวลา		
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													

หมายเหตุ

- เกณฑ์การประเมินคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์

- 3 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนแสดงประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอและเป็นผู้ทำได้
- 2 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอ
- 1 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติไม่สม่ำเสมอ
- 0 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนไม่ประพฤติปฏิบัติ

### บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

1) วัน เดือน ปี .....สอนครั้งที่ .../... สาขา/ชั้นปี .....จำนวนผู้เรียน.....คน  
มาเรียนปกติ.....คน ขาดเรียน.....คน ลาป่วย.....คน ลากิจ.....คน มาสาย.....คน

2) หัวข้อเรื่อง/เนื้อหาสาระ :

.....  
 สอนครบตามหัวข้อเรื่องในแผนฯ  สอนไม่ครบเนื่องจาก.....

3) กิจกรรม/วิธีการสอน

ครูแนะนำและบอกจุดประสงค์  ครูอธิบาย/ถาม-ตอบ/สาธิต/

ทำแบบทดสอบก่อนเรียน  ทำแบบทดสอบหลังเรียน

ทำแบบฝึกหัด/โจทย์ปัญหา  ทำใบกิจกรรม/ใบงาน

อื่น ๆ (ระบุ).....

4) สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ : .....

#### 11.2 ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

1) การวัดผลและประเมินผล/ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน : .....

2) สมรรถนะที่ผู้เรียนได้รับ : .....

3) สอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม : .....


4) ผลการสอนของครู : .....

5) ปัญหาที่นำไปสู่การวิจัย : .....

#### 11.3 แนวทางการพัฒนาคุณภาพการสอน/แก้ปัญหา

1) ผลการใช้และปรับปรุงแผนการสอนครั้งนี้ : .....

2) แนวทางพัฒนาคุณภาพวิธีสอน/สื่อ/การวัดผล/เอกสารช่วยสอน: .....

	<b>แผนการจัดการเรียนรู้</b>	หน่วยที่ 8
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 15
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ แรงเสียดทาน	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง/ แรงเสียดทาน		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาความเสียดทาน แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความเสียดทาน และแก้ปัญหาโจทย์โดยวิเคราะห์จากมุมของแรงเสียดทานด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. วิเคราะห์การเกิดแรงเสียดทานจากลักษณะของวัตถุในสภาพต่าง ๆ
2. คำนวณแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นบนวัตถุในขณะที่หยุดนิ่งและเคลื่อนที่

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณหาความเสียดทานได้
2. แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความเสียดทานได้
3. แก้ปัญหาโจทย์โดยวิเคราะห์จากมุมของแรงเสียดทานได้

### 5. สารการเรียนรู้

1. ความเสียดทาน
2. ประเภทของปัญหาที่เกี่ยวกับความเสียดทาน
3. มุมของแรงเสียดทาน

### 6. กิจกรรมการเรียนรู้

#### 6.1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูนำวัตถุสองชนิด เช่น ก้อนไม้และก้อนพลาสติก มาวางบนโต๊ะ แล้วผลักเบา ๆ ให้นักศึกษาสังเกตว่าวัตถุใดเคลื่อนที่ได้ง่ายกว่ากัน
2. จากนั้นเปิดคำถามกระตุ้นความสนใจ ให้นักศึกษาตอบตามความเข้าใจเบื้องต้นเพื่อเชื่อมโยงสู่หัวข้อ “แรงเสียดทาน” เช่น
  - ทำไมกล่องบางชนิดผลักราง่ายกว่าอีกชนิดหนึ่ง
  - ทำไมรองเท้ากีฬาต้องมีดอกยาง

#### 6.2 ชั้นให้เนื้อหาและการสอน

1. ครูอธิบายและแสดงตัวอย่างการคำนวณ พร้อมภาพประกอบ ในหัวข้อ
  - ความเสียดทาน เกี่ยวกับความหมายของแรงเสียดทาน (Friction) และปัจจัยที่ทำให้แรงเสียดทานมาก-น้อย
  - ประเภทของปัญหาที่เกี่ยวกับความเสียดทาน เช่น วัตถุจะเริ่มเคลื่อนที่เมื่อไร แรงที่ต้องใช้ดึงวัตถุให้เคลื่อนที่คงที่
  - มุมของแรงเสียดทานและความสัมพันธ์กับค่าสัมประสิทธิ์เสียดทาน ( $\mu$ )

### 6.3 ขั้นสรุปและการประยุกต์

1. ครูให้นักศึกษากลุ่มเดิม ช่วยกันทำโจทย์ปัญหาเชิงสถานการณ์ เช่น ออกแบบรองเท้าให้มีแรงยึดเกาะดีสำหรับการวิ่ง วิเคราะห์การเคลื่อนที่ของรถบนทางลาดเอียงที่มีแรงเสียดทาน คำนวณแรงที่ต้องใช้ดึง ล้างสินค้าบนพื้นต่างชนิด เสนอแนวความคิดการลดหรือเพิ่มแรงเสียดทานในชีวิตประจำวัน เช่น เบรกจักรยาน ยางรถยนต์ ราง สไลเดอร์ ลงในกระดาศคลิปชาร์ต

2. จากนั้นครูสุ่มให้ตัวแทนกลุ่มแต่ละกลุ่ม ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจสอบสถานการณ์ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหา

### 7. สื่อการเรียนการสอน

สื่อการเรียนรู้ หนังสือเรียน หน่วยที่ 8, PowerPoint ประกอบการสอน และแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน สื่อของจริง เช่น กิ่งไม้ กิ่งพลาสติก

### 8. หลักฐานการเรียนรู้

#### 8.1 หลักฐานความรู้

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 8.1
2. ผลการทำแบบทดสอบหน่วยที่ 8
3. ผลการตรวจแบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 8

#### 8.2 หลักฐานการปฏิบัติงาน

1. ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 8.1
2. ผลประเมินนำเสนอหัวข้อแรงเสียดทาน

### 9. การวัดและประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 8	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 8	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 8.1	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 8	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

## 10. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

### 10.1 ผลการจัดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

.....  
.....  
.....

### 10.2 ปัญหา อุปสรรคที่พบ

.....  
.....  
.....


### 10.3 การแก้ไขปัญหา

#### 1) ผลการแก้ไขปัญหาที่ส่งผลลัพธ์ที่ดีต่อผู้เรียน

.....  
.....

#### 2) แนวทางแก้ปัญหาในครั้งต่อไป

.....  
.....

	<b>ใบความรู้ ที่ 8</b>	หน่วยที่ 8
	รหัสวิชา 30100-1014... ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 15
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ แรงเสียดทาน	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่อเรื่อง แรงเสียดทาน		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาความเสียดทาน แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความเสียดทาน และแก้ปัญหาโจทย์โดยวิเคราะห์จากมุมของแรงเสียดทานด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. วิเคราะห์การเกิดแรงเสียดทานจากลักษณะของวัตถุในสภาพต่าง ๆ
2. คำนวณแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นบนวัตถุในขณะที่หยุดนิ่งและเคลื่อนที่

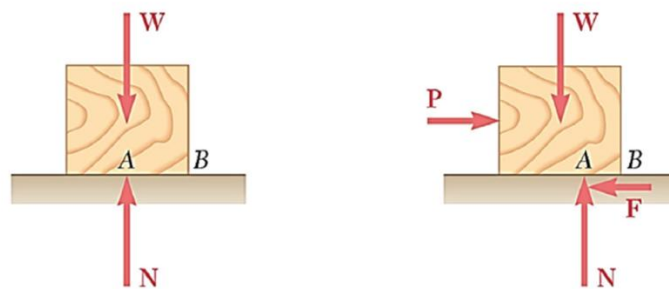
### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณหาความเสียดทานได้
2. แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความเสียดทานได้
3. แก้ปัญหาโจทย์โดยวิเคราะห์จากมุมของแรงเสียดทานได้

### 5. เนื้อหาสาระ

#### ความเสียดทาน

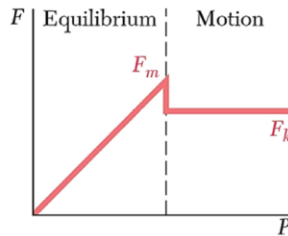
ความเสียดทานแห้ง เป็นประเภทหนึ่งของความเสียดทาน ซึ่งเกิดขึ้นระหว่างผิวสัมผัสที่ไม่มีการหล่อลื่น ความเสียดทานนี้จะเป็นแรงที่อยู่ในแนวเดียวกันกับผิวสัมผัสกัน และจะกระทำในทิศทางตรงกันข้ามกับการเคลื่อนที่ หรือความพยายามในการเคลื่อนที่เสมอ



การเกิดแรงเสียดทาน

จากรูปมีน้ำหนัก  $W$  วางอยู่บนพื้นราบ แรงที่กระทำต่อวัตถุ คือ แรงเนื่องจากน้ำหนัก มีแรงปฏิกิริยาในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส  $N$  สมมติให้มีแรง  $P$  กระทำต่อวัตถุ เมื่อแรง  $P$  ที่กระทำมีค่าน้อยวัตถุจะยังคงไม่เคลื่อนที่ นั่นคือ วัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล เพราะมีแรงอีกแรงหนึ่งมากระทำให้เกิดสมดุลในแนวนอน เรียกแรงนั้นว่า แรงเสียดทานสถิต  $F$  ซึ่งแรงเสียดทานสถิตนี้จะกระทำที่ตำแหน่งผิวสัมผัสของวัตถุกับพื้นราบ

ถ้าแรง  $P$  เพิ่มมากขึ้น แรงเสียดทาน  $F$  ก็จะเพิ่มมากขึ้นด้วยจนกระทั่งถึงระดับหนึ่งที่วัตถุเริ่มเคลื่อนที่แรง  $F$  นั้นจะเป็นค่าแรงเสียดทานสถิตสูงสุด ( $F_m$ )



กราฟแรงเสียดทาน

เมื่อกำลังเคลื่อนที่ ค่าของแรง  $F$  จะลดลงจาก  $F_m$  จนมีค่าเท่ากับ  $F_k$  เรียก  $F_k$  ว่า ค่าแรงเสียดทานจลน์ แรงเสียดทานสถิต ( $F_s$ ) มีค่าเป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่า  $N$  คือ

$$F_s = \mu_s N$$

เมื่อ  $\mu_s$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานสถิต และเมื่อวัตถุเคลื่อนที่แล้ว ค่า  $F_k$  จะเท่ากับ

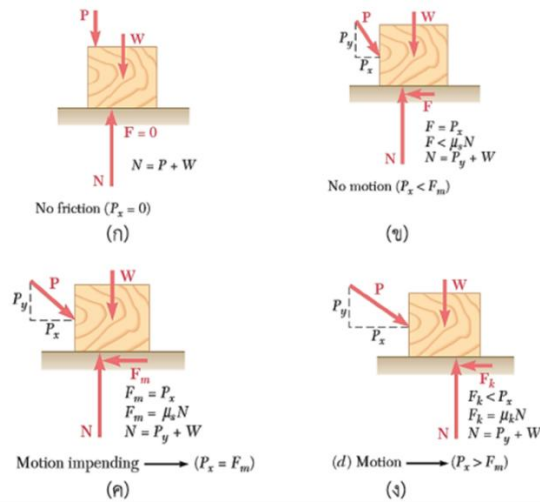
$$F_k = \mu_k N$$

เมื่อ  $\mu_k$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจลน์

### ประเภทของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับความเสียดทาน

ความเสียดทานของผิวสัมผัสแนวราบ แบ่งได้ 4 กรณีด้วยกัน คือ

1. มีแรงกระทำต่อวัตถุในทิศทางที่ไม่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ ในกรณีนี้แรงเสียดทานมีค่าเป็นศูนย์ (ก)
2. มีแรงกระทำต่อวัตถุ แต่ขนาดของแรงไม่มากพอที่จะทำให้เกิดการเคลื่อนที่ ในกรณีนี้จะไม่ทราบค่าของแรงเสียดทานสถิตสูงสุด และไม่สามารถใช้สมการ  $F_m = \mu_s N$  ในการคำนวณหาค่าแรงเสียดทานสถิตได้ (ข)
3. มีแรงกระทำต่อวัตถุทำให้วัตถุเริ่มเคลื่อนที่ ในกรณีนี้แรง  $F$  จะมีค่าเท่ากับแรง  $F_m$  สามารถใช้สมการสมดุลและสมการ  $F_m = \mu_s N$  ในการคำนวณได้ แรงเสียดทานต้องมีทิศทางตรงกันข้ามกับการเคลื่อนที่เสมอ (ค)
4. วัตถุมีการเคลื่อนที่โดยมีแรงกระทำในกรณีนี้ไม่สามารถนำสมการสมดุลมาใช้ได้ และแรง  $F$  จะมีค่าเท่ากับ  $F_k$  คำนวณได้จาก  $F_k = \mu_k N$  โดยที่แรง  $F_k$  มีทิศทางตรงกันข้ามกับการเคลื่อนที่เสมอ (ง)



การเกิดแรงเสียดทาน

เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุ จนวัตถุเริ่มเคลื่อนที่ มุมระหว่างแรง  $R$  กับแรงปฏิกิริยาในแนวตั้ง เรียกว่า **มุมของแรงเสียดทานสถิต** ดังนี้

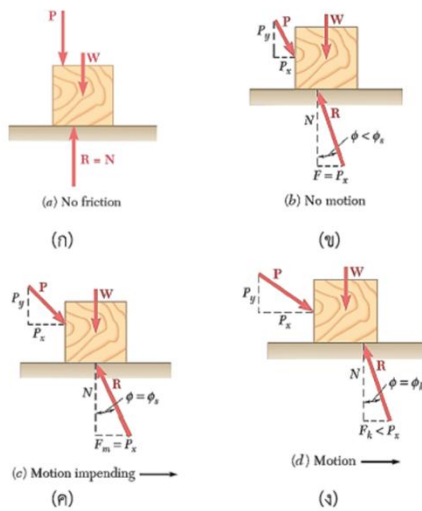
$$\tan \phi_s = \frac{F_m}{N} = \frac{\mu_m N}{N}$$

$$\therefore \tan \phi_s = \mu_m$$

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ ค่าของแรงเสียดทานจะลดเป็น  $F_k$  เช่นเดียวกับมุม  $\phi$  ระหว่างแรง  $R$  กับ  $N$  จะลดลงเท่ากับค่าต่ำสุดของ  $\phi_s$  เรียกมุมนี้ว่า **มุมของแรงเสียดทานจลน์** นั่นคือ

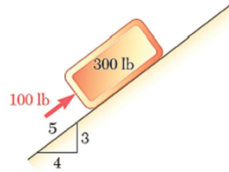
$$\tan \phi_k = \frac{F_k}{N} = \frac{\mu_k N}{N}$$

$$\therefore \tan \phi_k = \mu_k$$



มุมของแรงเสียดทาน

ตัวอย่าง



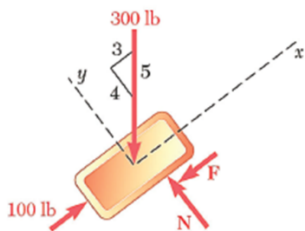
แรงขนาด 100 lb กระทำต่อกล่องหนัก 300 lb ซึ่งวางอยู่บนพื้นเอียงดังรูป สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างกล่องกับพื้นเอียง คือ  $\mu_s = 0.25$  และ  $\mu_k = 0.20$  จงวิเคราะห์แรงเมื่อกล่องอยู่ในสภาวะสมดุลและหาค่าของแรงเสียดทาน

วิธีทำ



แรงในสภาวะสมดุล

สมมติให้แรง F มีทิศลงตามพื้นเอียงตรงข้ามแรง 100 lb แผนภาพวัตถุอิสระแสดงดังรูป เขียนสมการสมดุลได้ดังนี้



$$\begin{aligned}
 +\nearrow \Sigma F_x = 0 : 100 \text{ N} - \frac{3}{5} (300 \text{ lb}) - F &= 0 \\
 F &= -80 \text{ lb} \quad F = 80 \text{ lb} \nearrow \\
 +\nwarrow \Sigma F_y = 0 : N - \frac{4}{5} (300 \text{ lb}) &= 0 \\
 N &= +240 \text{ lb} \quad N = 240 \text{ lb} \nwarrow
 \end{aligned}$$

ดังนั้น แรง F ที่ทำให้ระบบสมดุลมีค่าเท่ากับ 80 lb

## วิธีทำ

### แรงเสียดทานสูงสุด

ค่าของแรงเสียดทานสูงสุดหาได้จากสูตร

$$F_m = \mu_k N$$

$$F_m = 0.25 (240 \text{ N}) = 60 \text{ lb}$$

เพราะว่าค่าของแรง  $F$  ที่ทำให้กล่องสมดุล มีค่าเท่ากับ 80 lb ซึ่งมีความมากกว่าค่าของแรงเสียดทานสูงสุด ดังนั้น กล่องนี้ไม่สามารถอยู่ในสภาวะสมดุลได้ นั่นคือ กล่องจะเคลื่อนที่ลงตามพื้นตามระบบ

### 6. แบบฝึกหัด/แบบทดสอบ

1. จงอธิบายความแตกต่างระหว่างแรงเสียดทานสถิตและแรงเสียดทานจลน์ พร้อมยกตัวอย่างการนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงอธิบายลักษณะของปัญหาเกี่ยวกับความเสียดทานของผิวสัมผัสแนวราบทั้ง 4 กรณี พร้อมวาดรูปประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงอธิบายความหมายของมุมของแรงเสียดทานสถิตและมุมของแรงเสียดทานจลน์ พร้อมเขียนความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

.....

.....

.....

.....

.....

4. อธิบายการนำความรู้เรื่องแรงเสียดทานไปประยุกต์ใช้ในงานวิศวกรรมและในชีวิตประจำวัน อย่างน้อย 5 ตัวอย่าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### 7. เอกสารอ้างอิง (ชั้นนำใหม่)

อรรถณฤมล พูลศิริ จันทร์สะอาด. (2567). กลศาสตร์วิศวกรรม (Engineering Mechanics) (30100-1014). เอ็มพันธ์

### 8. ภาคผนวก (เฉลยแบบฝึกหัด เฉลยแบบทดสอบ ฯ)

- จงอธิบายความแตกต่างระหว่างแรงเสียดทานสถิตและแรงเสียดทานจลน์ พร้อมยกตัวอย่างการนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

**เฉลย** **แรงเสียดทานสถิต (Static Friction)** คือแรงต้านทานการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุยังไม่เคลื่อนที่ แต่มีแนวโน้มจะเคลื่อนที่ แรงเสียดทานสถิตจะมีค่าตั้งแต่ศูนย์จนถึงค่าสูงสุด ( $F_m = \mu_s N$ ) โดยค่าแรงเสียดทานสถิตจะแปรผันตรงกับแรงที่พยายามทำให้วัตถุเคลื่อนที่

**แรงเสียดทานจลน์ (Kinetic Friction)** คือแรงต้านทานการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุกำลังเคลื่อนที่แล้ว มีค่าคงที่เท่ากับ  $F_k = \mu_k N$  ซึ่งโดยทั่วไปค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ ( $\mu_k$ ) จะมีค่าน้อยกว่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต ( $\mu_s$ )

**ตัวอย่างการนำไปใช้ประโยชน์**

- แรงเสียดทานสถิต การใช้รองเท้ายางเพื่อป้องกันการลื่นไถล, การออกแบบยางรถยนต์ให้มีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิตสูงเพื่อการยึดเกาะถนนที่ดี
- แรงเสียดทานจลน์ ระบบเบรกในรถยนต์, คลัตช์ที่ควบคุมการส่งกำลังในเครื่องจักร, สายพานลำเลียงในโรงงานอุตสาหกรรม

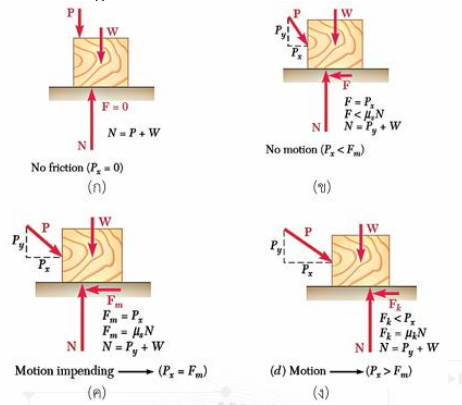
- จงอธิบายลักษณะของปัญหาเกี่ยวกับความเสียดทานของผิวสัมผัสแนวราบทั้ง 4 กรณี พร้อมวาดรูปประกอบ

**เฉลย** 1. กรณีที่มีแรงกระทำต่อวัตถุในทิศทางที่ไม่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ ในกรณีนี้แรงเสียดทานมีค่าเป็นศูนย์ เพราะไม่มีแนวโน้มที่จะเกิดการเคลื่อนที่ในทิศทางขนานกับผิวสัมผัส

2. กรณีที่มีแรงกระทำต่อวัตถุ แต่ขนาดของแรงไม่มากพอที่จะทำให้เกิดการเคลื่อนที่ ในกรณีนี้จะไม่ทราบค่าของแรงเสียดทานสถิตสูงสุด และไม่สามารถใช้สมการ  $F_m = \mu_s N$  ในการคำนวณหาค่าแรงเสียดทานสถิตได้ ค่าแรงเสียดทานสถิตจะมีค่าเท่ากับแรงที่พยายามทำให้วัตถุเคลื่อนที่

3. กรณีที่มีแรงกระทำต่อวัตถุทำให้วัตถุเริ่มเคลื่อนที่ ในกรณีนี้แรงที่กระทำจะมีค่าเท่ากับแรงเสียดทานสถิตสูงสุด สามารถใช้สมการสมดุลและสมการ  $F_m = \mu_s N$  ในการคำนวณได้ แรงเสียดทานต้องมีทิศทางตรงกันข้ามกับการเคลื่อนที่เสมอ

4. กรณีที่วัตถุมีการเคลื่อนที่โดยมีแรงกระทำ ในกรณีนี้ไม่สามารถนำสมการสมดุลมาใช้ได้ และแรงเสียดทานจะมีค่าเท่ากับ  $F_k = \mu_k N$  โดยที่แรงเสียดทานมีทิศทางตรงกันข้ามกับการเคลื่อนที่เสมอ



3. จงอธิบายความหมายของมุมของแรงเสียดทานสถิตและมุมของแรงเสียดทานจลน์ พร้อมเขียนความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

**เฉลย** มุมของแรงเสียดทานสถิต ( $\phi_s$ ) คือมุมระหว่างแรงลัพธ์ (R) กับแรงปฏิกิริยาในแนวตั้ง (N) เมื่อวัตถุกำลังจะเริ่มเคลื่อนที่พอดี มุมนี้มีความสัมพันธ์กับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต ( $\mu_s$ ) ดังนี้

$$\tan \phi_s = \frac{F_m N}{N} = \frac{\mu_s N}{N} = \mu_s$$

ดังนั้น  $\phi_s = \arctan(\mu_s)$

มุมของแรงเสียดทานจลน์ ( $\phi_k$ ) คือมุมระหว่างแรงลัพธ์ (R) กับแรงปฏิกิริยาในแนวตั้ง (N) เมื่อวัตถุกำลังเคลื่อนที่ มุมนี้มีความสัมพันธ์กับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ ( $\mu_k$ ) ดังนี้:

$$\tan \phi_k = \frac{F_k N}{N} = \frac{\mu_k N}{N} = \mu_k$$

ดังนั้น  $\phi_k = \arctan(\mu_k)$

เนื่องจากโดยทั่วไป  $\mu_k < \mu_s$  จึงทำให้  $\phi_k < \phi_s$  เสมอ

4. อธิบายการนำความรู้เรื่องแรงเสียดทานไปประยุกต์ใช้ในงานวิศวกรรมและในชีวิตประจำวันอย่างน้อย 5 ตัวอย่าง

**เฉลย 1. ระบบเบรกในยานพาหนะ** ใช้หลักการของแรงเสียดทานจลน์ในการชะลอและหยุดการเคลื่อนที่ โดยการกดแผ่นเบรกให้สัมผัสกับดิสก์หรือดรัม ทำให้เกิดแรงเสียดทานที่ต้านทานการหมุนของล้อ


**2. สายพานและคลัตช์** ใช้แรงเสียดทานในการส่งถ่ายกำลังระหว่างเพลาหรือล้อต่างๆ ในเครื่องจักร โดยอาศัยแรงเสียดทานระหว่างสายพานกับล้อหรือจานคลัตช์

**3. การออกแบบรองเท้าและยางรถยนต์** พื้นรองเท้าและหน้ายางรถยนต์ถูกออกแบบให้มีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสูงเพื่อป้องกันการลื่นไถลบนพื้นผิวต่างๆ โดยเฉพาะในสภาวะเปียก

**4. ระบบลูกปืนและแบริ่ง** ออกแบบเพื่อลดแรงเสียดทานในชิ้นส่วนที่หมุนหรือเคลื่อนที่ในเครื่องจักร ทำให้เครื่องจักรทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพและประหยัดพลังงาน

**5. การขันสกรูและน็อต** อาศัยหลักการของแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างเกลียวของสกรูกับเกลียวของน็อตหรือชิ้นงาน ทำให้สามารถยึดชิ้นส่วนต่างๆ เข้าด้วยกันได้อย่างมั่นคง

**6. การออกแบบถนนและทางโค้ง** วิศวกรคำนึงถึงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างยางรถกับผิวถนน ในการออกแบบความชันและรัศมีความโค้งของถนน เพื่อความปลอดภัยในการขับขี่

	<b>ใบกิจกรรม ที่ 8</b>	หน่วยที่ 8
	รหัสวิชา 30100-1014... ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 15
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ แรงเสียดทาน	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน แรงเสียดทาน		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาความเสียดทาน แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความเสียดทาน และแก้ปัญหาโจทย์โดยวิเคราะห์จากมุมของแรงเสียดทานด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

1. มาตรฐานอาชีพ - สมรรถนะย่อย -
2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ -

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

1. วิเคราะห์การเกิดแรงเสียดทานจากลักษณะของวัตถุในสภาพต่าง ๆ
2. คำนวณแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นบนวัตถุในขณะที่หยุดนิ่งและเคลื่อนที่

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. คำนวณหาความเสียดทานได้
2. แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความเสียดทานได้
3. แก้ปัญหาโจทย์โดยวิเคราะห์จากมุมของแรงเสียดทานได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ ชุดทดลองคาน ตุ้มน้ำหนัก จุดหมุน ตลับเมตร	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ เชือก/เส้นเอ็น สกรู/ตะปู/คลิปหนีบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- การแก้สมการ การ แตกแรง และตรีโกณมิติ - หลักสมมูลของแรงและ โมเมนต์ - การออกแบบ โครงสร้างให้มั่นคง เช่น คาน สะพาน - การใช้โปรแกรมช่วย วิเคราะห์แรง

### 6. ขั้นตอนการทำกิจกรรม

1. แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัดที่ 8.1 แรงเสียดทาน แสดงวิธีทำลงในกระดาษคลิปชาร์ต

2. ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจคำตอบของกลุ่มอื่นที่ออกมานำเสนอ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหาของคำตอบ

## 7. สรุปและอภิปราย


การสัมผัสกันของวัตถุมีคุณสมบัติให้มีแรงในแนวตั้งฉากกับผิววัตถุเพียงอย่างเดียวซึ่งหมายความว่าพื้นผิวนั้นเรียบ ถึงแม้ว่าสมมติฐานนี้จะสามารถใช้ได้ดีกับปัญหาในหลาย ๆ กรณีโดยมีความคลาดเคลื่อนเพียงเล็กน้อย แต่ในหลาย ๆ กรณีจำเป็นต้องคำนึงถึงแรงต้านทานในแนวสัมผัสกับผิววัตถุที่เรียกว่าแรงเสียดทานด้วย แรงเสียดทานเป็นแรงต้านทานการเคลื่อนที่หรือต้านทานแนวโน้มที่จะเกิดจากการเคลื่อนที่ ดังนั้นทิศทางของแรงเสียดทานจะตรงกันข้ามกับทิศทางการเคลื่อนที่ หรือทิศทางที่มีแนวโน้มจะเกิดการเคลื่อนที่เสมอ ในเครื่องจักรกลหลาย ๆ ชนิดเช่น รอกเส้น (ตลับลูกปืน, แบริ่ง) เฟือง สกรูส่งกำลัง หรือการไหลของของเหลวในท่อไม่ต้องการให้มีแรงเสียดทาน ซึ่งทำให้เกิดการเสียดสี เกิดความร้อน และเกิดการสึกหรอขึ้น อย่างไรก็ตาม เครื่องจักรกลหลาย ๆ ชนิดใช้ประโยชน์จากแรงเสียดทานเช่นกัน เช่น เบรก คลัตช์ สายพาน ยางรถยนต์

## 8. การประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 8	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 8	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 8.1	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 8	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

## 9. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบงาน ที่ 8</b>	หน่วยที่ 8
	รหัสวิชา 30100-1014.....ชื่อวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 15
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ แรงเสียดทาน	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน แรงเสียดทาน		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาความเสียดทาน แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความเสียดทาน และแก้ปัญหาโจทย์โดยวิเคราะห์จากมุมของแรงเสียดทานด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                       |   |             |   |
|-----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ       | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บูรณาการกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

- วิเคราะห์การเกิดแรงเสียดทานจากลักษณะของวัตถุในสภาพต่าง ๆ
- คำนวณแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นบนวัตถุในขณะที่ยึดนิ่งและเคลื่อนที่

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

- คำนวณหาความเสียดทานได้
- แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความเสียดทานได้
- แก้ปัญหาโจทย์โดยวิเคราะห์จากมุมของแรงเสียดทานได้

### 5. เครื่องมือ วัสดุ และอุปกรณ์

5.1 เครื่องมือและอุปกรณ์	5.2 วัสดุงาน	5.3 วัสดุช่วยงาน	5.4 บูรณาการรายวิชา
ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน กระดาษกราฟ ชุดทดลองคาน ตุ้มน้ำหนัก จุดหมุน ตลับเมตร	กระดาษ ดินสอ/ปากกา ยางลบ เชือก/เส้นเอ็น สกรู/ตะปู/คลิปหนีบ	เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ โปรแกรม	- การแก้สมการ การ แตกแรง และตรีโกณมิติ - หลักสมมูลของแรงและ โมเมนต์ - การออกแบบ โครงสร้างให้มั่นคง เช่น คาน สะพาน - การใช้โปรแกรมช่วย วิเคราะห์แรง

### 6. คำแนะนำ/ข้อควรระวัง

### 7. ขั้นตอนการปฏิบัติงาน

- แบ่งนักศึกษา กลุ่มละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัดที่ 8.1 แรงเสียดทาน แสดงวิธีทำลงในกระดาษคลิปชาร์ต
- ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจคำตอบของกลุ่มอื่นที่ออกมานำเสนอ โดยมีครูคอยเพิ่มเติมเนื้อหาของคำตอบ

**8. สรุปและวิจารณ์ผล**

การสัมผัสกันของวัตถุมีคุณสมบัติให้มีความแข็งแรงในแนวตั้งฉากกับผิววัตถุเพียงอย่างเดียวซึ่งหมายความว่าพื้นผิวนั้นเรียบ ถึงแม้ว่าสมมติฐานนี้จะสามารถใช้ได้ดีกับปัญหาในหลาย ๆ กรณีโดยมีความคลาดเคลื่อนเพียงเล็กน้อย แต่ในหลาย ๆ กรณีจำเป็นต้องคำนึงถึงแรงต้านทานในแนวสัมผัสกับผิววัตถุที่เรียกว่าแรงเสียดทานด้วย แรงเสียดทานเป็นแรงต้านทานการเคลื่อนที่หรือต้านทานแนวโน้มที่จะเกิดจากการเคลื่อนที่ ดังนั้นทิศทางของแรงเสียดทานจะตรงกันข้ามกับทิศทางการเคลื่อนที่ หรือทิศทางที่มีแนวโน้มจะเกิดการเคลื่อนที่เสมอ ในเครื่องจักรกลหลาย ๆ ชนิดเช่น รอกเส้น (สลักลูกปืน, แบริ่ง) เฟือง สกรูส่งกำลัง หรือการไหลของของเหลวในท่อไม่ต้องการให้มีความแข็งแรงเสียดทาน ซึ่งทำให้เกิดการเสียดสี เกิดความร้อน และเกิดการสึกหรอขึ้น อย่างไรก็ตาม เครื่องจักรกลหลาย ๆ ชนิดใช้ประโยชน์จากแรงเสียดทานเช่นกัน เช่น เบรก คลัตช์ สายพาน ยางรถยนต์

**9. การประเมินผล**

ชื่อ-สกุล..... รหัสประจำตัวนักเรียน.....  
 ระดับชั้น..... กลุ่ม..... แผนกวิชา.....  
 ไปปฏิบัติงานที่..... วิชา.....

จุดที่	ขนาดตามแบบ	พิภคที่กำหนด	คะแนนเต็ม	ขนาดที่วัดได้	คะแนนที่ได้
		รวม			


**9.1 เกณฑ์การประเมิน**

หมายเหตุ	ผลการประเมิน
	ได้ร้อยละ 80-100 ดีมาก 70-79 ดี 60-69 พอใช้ 50-59 ต้องปรับปรุง น้อยกว่า 50 ต่ำกว่าเกณฑ์

ลงชื่อ..... (.....) นักเรียน-นักศึกษา	ลงชื่อ..... (.....) ผู้ตรวจ	คะแนนที่ได้ .....
---	-----------------------------------	----------------------

**10. เอกสารอ้างอิง /เอกสารค้นคว้าเพิ่มเติม**

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

	<b>ใบมอบหมายงาน ที่ 8</b>	หน่วยที่
	รหัสวิชา...30100-1014....ชื่อวิชากลศาสตร์วิศวกรรม	สอนครั้งที่ 15
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ แรงเสียดทาน	ทฤษฎี 3 ชม. ปฏิบัติ - ชม.
ชื่องาน แรงเสียดทาน		

### 1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

คำนวณหาความเสียดทาน แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความเสียดทาน และแก้ปัญหาโจทย์โดยวิเคราะห์จากมุมของแรงเสียดทานด้วยความละเอียด รอบคอบ

### 2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

- |                      |   |             |   |
|----------------------|---|-------------|---|
| 1. มาตรฐานอาชีพ      | - | สมรรถนะย่อย | - |
| 2. บุคลากรกลุ่มอาชีพ | - |             |   |

### 3. สมรรถนะประจำหน่วย

- วิเคราะห์การเกิดแรงเสียดทานจากลักษณะของวัตถุในสภาพต่าง ๆ
- คำนวณแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นบนวัตถุในขณะที่ยึดนิ่งและเคลื่อนที่

### 4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

- คำนวณหาความเสียดทานได้
- แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความเสียดทานได้
- แก้ปัญหาโจทย์โดยวิเคราะห์จากมุมของแรงเสียดทานได้

### 5. รายละเอียดของงาน

- งานที่มอบหมายนอกเหนือเวลาเรียน ให้ทำแบบทดสอบหน่วยที่ 8
- สืบค้นข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับแรงเสียดทาน
- ให้นักศึกษาทบทวนเนื้อหาทั้งรายวิชาเพื่อเตรียมประเมินผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชาในสัปดาห์ต่อไป

ต่อไป

### 6. กำหนดเวลาส่งงาน หลังการการสอนเสร็จสิ้น

### 7. แนวทางในการปฏิบัติงาน

- ผลการทำแบบฝึกหัดที่ 8.1
- ผลประเมินการนำเสนอหัวข้อแรงเสียดทาน

### 8. แหล่งข้อมูลค้นคว้าเพิ่มเติม

หนังสือวิชากลศาสตร์วิศวกรรม

### 9. การประเมินผล

เครื่องมือวัด	วิธีวัด	การประเมินตามเกณฑ์
1. แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) หน่วยที่ 8	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	(ไว้เปรียบเทียบกับหลังเรียน)
2. แบบทดสอบหน่วยที่ 8	ปฏิบัติ-ตรวจแบบฝึกหัด	เกณฑ์ผ่าน 50%
3. แบบฝึกหัดที่ 8.1	ปฏิบัติ-ประเมิน	เกณฑ์ผ่าน 50%
4. แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) หน่วยที่ 8	ทดสอบ-ตรวจแบบทดสอบ	เกณฑ์ผ่าน 50%
5. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ตามสภาพจริง	สังเกต/ผู้เรียนประเมินตนเอง	เกณฑ์ผ่าน 70%

**วิทยาลัยเทคนิคบางสะพาน**  
**แบบประเมินด้านคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์**

สาขาวิชา.....สาขางาน.....ระดับชั้น.....กลุ่ม.....

ลำดับ ที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมิน										คะแนนรวม	คะแนนเฉลี่ย
		ยึดมั่นในสถาบันฯ	ละเว้นอภัยมุข	ความมีวินัย	ความสามัคคี	จิตอาสา	ขยันและ	ประหยัด	ซื่อสัตย์	สุภาพ	ตรงต่อเวลา		
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													

หมายเหตุ

- เกณฑ์การประเมินคุณธรรม จริยธรรมและคุณลักษณะที่พึงประสงค์

- 3 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนแสดงประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอและเป็นผู้ทำได้
- 2 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติสม่ำเสมอ
- 1 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนประพฤติปฏิบัติไม่สม่ำเสมอ
- 0 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนไม่ประพฤติปฏิบัติ

**บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้**

1) วัน เดือน ปี .....สอนครั้งที่ .../... สาขา/ชั้นปี .....จำนวนผู้เรียน.....คน  
มาเรียนปกติ.....คน ขาดเรียน.....คน ลาป่วย.....คน ลากิจ.....คน มาสาย.....คน

2) หัวข้อเรื่อง/เนื้อหาสาระ :

.....  
 สอนครบตามหัวข้อเรื่องในแผนฯ  สอนไม่ครบเนื่องจาก.....

3) กิจกรรม/วิธีการสอน

ครูแนะนำและบอกจุดประสงค์  ครูอธิบาย/ถาม-ตอบ/สาธิต/

ทำแบบทดสอบก่อนเรียน  ทำแบบทดสอบหลังเรียน

ทำแบบฝึกหัด/โจทย์ปัญหา  ทำใบกิจกรรม/ใบงาน

อื่น ๆ (ระบุ).....

4) สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ : .....

**11.2 ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ**

1) การวัดผลและประเมินผล/ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน : .....

2) สมรรถนะที่ผู้เรียนได้รับ : .....

3) สอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม : .....

4) ผลการสอนของครู : .....

5) ปัญหาที่นำไปสู่การวิจัย : .....

**11.3 แนวทางการพัฒนาคุณภาพการสอน/แก้ปัญหา**

1) ผลการใช้และปรับปรุงแผนการสอนครั้งนี้ : .....

2) แนวทางพัฒนาคุณภาพวิธีสอน/สื่อ/การวัดผล/เอกสารช่วยสอน: .....