



บทที่ 6

รูปแบบของ ประพจน์



สาระการเรียนรู้

1. สัจนิรันดร์และข้อขัดแย้ง
2. ประพจน์ที่สมมูลกัน
3. ประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน

1 สัจนิรันดร์และ ข้อขัดแย้ง

สัจนิรันดร์ (Tautology) คือ รูปแบบของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี

พิจารณาค่าความจริงของรูปแบบของประพจน์ $p \vee \sim p$ สร้างตารางหาค่าความจริงได้ดังนี้

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
T	F	T
F	T	T

จากรูปแบบของประพจน์ $p \vee \sim p$ มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี ดังนั้น $p \vee \sim p$ เป็นสัจนิรันดร์

ตัวอย่าง

จงตรวจสอบรูปแบบของประพจน์ต่อไปนี้ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$\sim p \wedge (p \vee q) \rightarrow q$$

วิธีทำ

p	q	$\sim p$	$p \vee q$	$\sim p \wedge (p \vee q)$	$\sim p \wedge (p \vee q) \rightarrow q$
T	T	F	T	F	T
T	F	F	T	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	F	F	T

ดังนั้น $\sim p \wedge (p \vee q) \rightarrow q$ เป็นสัจนิรันดร์

นิยาม

ข้อขัดแย้งหรือคอนทราดิกชัน (Contradiction) คือ รูปแบบของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จทุกกรณี ไม่ว่าประพจน์ย่อยจะมีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จก็ตาม

พิจารณาค่าความจริงของรูปแบบของประพจน์ $p \wedge \sim p$ สร้างตารางหาค่าความจริงได้ดังนี้

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
T	F	F
F	T	F

จากรูปแบบของประพจน์ $p \wedge \sim p$ มีค่าความจริงเป็นเท็จทุกกรณี ดังนั้น $p \wedge \sim p$ เป็นข้อขัดแย้ง

ตัวอย่าง

จงแสดงว่า $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$ เป็นข้อขัดแย้ง

วิธีทำ

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	F

ดังนั้น $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$ เป็นข้อขัดแย้ง

2 ประพจน์ ที่สมมูลกัน

ประพจน์ที่สมมูลกัน (Equivalent Statement) คือ รูปแบบของประพจน์ทั้งสองมีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี กรณีต่อกรณี ใช้สัญลักษณ์ “ $\equiv$ ” หรือ “ $\leftrightarrow$ ” แทนการสมมูลกัน

p สมมูลกับ $\sim(\sim p)$ แสดงตารางค่าความจริงได้ดังนี้

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
T	F	F
F	T	F

จากตารางค่าความจริงของ p และ $\sim(\sim p)$ มีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี
ดังนั้น p สมมูลกับ $\sim(\sim p)$ อาจเขียนแทนด้วย $p \equiv \sim(\sim p)$

ตัวอย่าง

จงแสดงว่า $p \wedge q$ สมมูลกับ $q \wedge p$ และ $p \vee q$ สมมูลกับ $q \vee p$

วิธีทำ

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$	$p \vee q$	$q \vee p$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T
F	T	F	F	T	T
F	F	F	F	F	F

จากตารางค่าความจริง $p \wedge q$ และ $q \wedge p$ มีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี

ดังนั้น $p \wedge q \equiv q \wedge p$

และตารางค่าความจริง $p \vee q$ และ $q \vee p$ มีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี

ดังนั้น $p \vee q \equiv q \vee p$

รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันที่ควรรทราบ มีดังนี้

1

$$1) \sim(\sim p) \equiv p$$

2

$$2) \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

3

$$3) p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันที่ควรทราบ มีดังนี้

4

$$4) \quad p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$$

$$p \leftrightarrow q \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

5

$$5) \quad (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

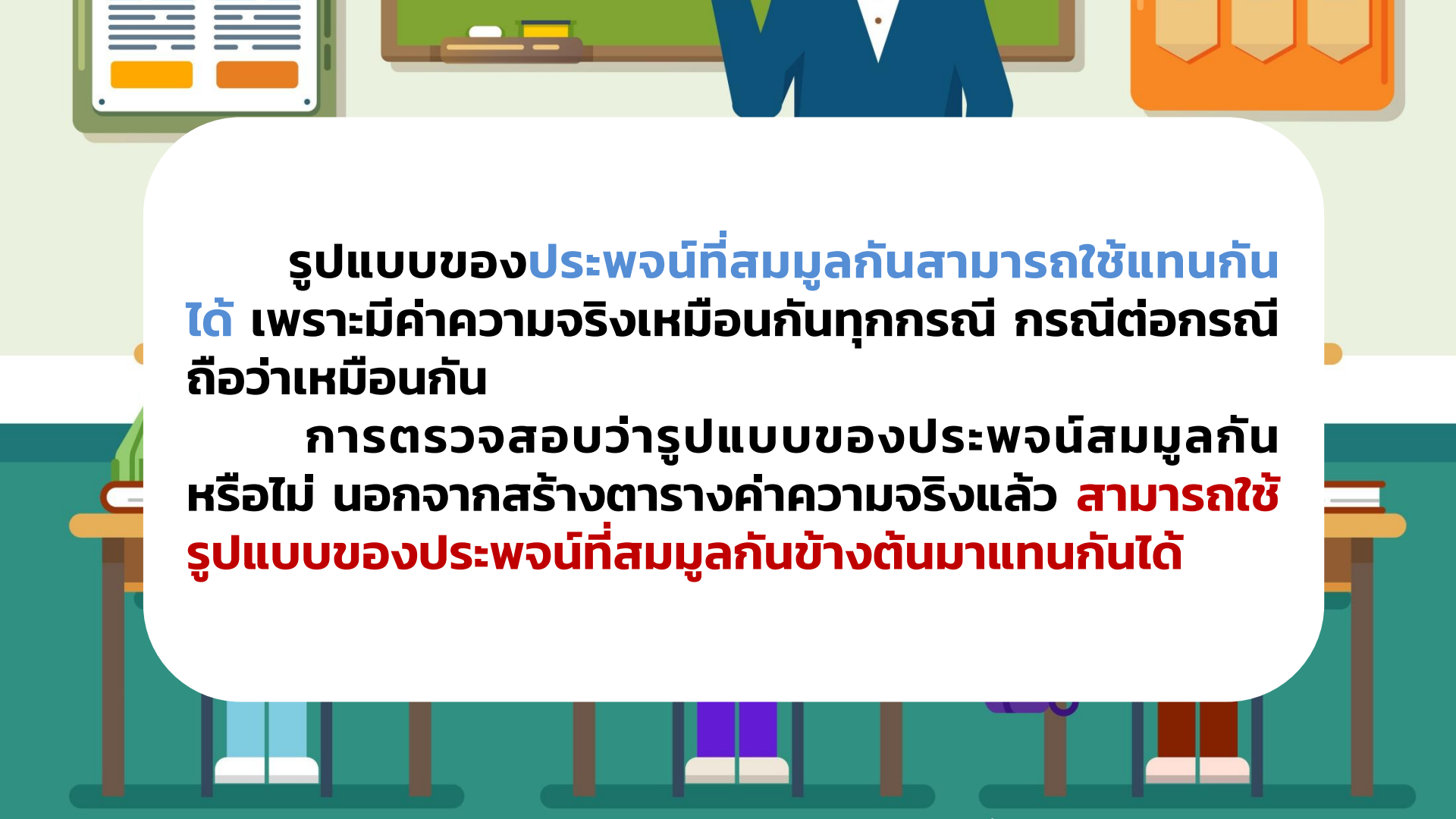
$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r \equiv p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$$

6

$$6) \quad p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

The background is a colorful illustration of a classroom. At the top, a teacher in a blue suit stands behind a green chalkboard. To the left, a whiteboard displays some text and orange boxes. To the right, there are orange shelves. In the foreground, the lower legs and feet of three students are visible, sitting at desks. The central text is contained within a white rounded rectangle.

รูปแบบของ**ประพจน์ที่สมมูลกันสามารถใช้แทนกัน**
ได้ เพราะมีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี กรณีต่อกรณี
ถือว่าเหมือนกัน

การตรวจสอบว่ารูปแบบของประพจน์สมมูลกัน
หรือไม่ นอกจากสร้างตารางค่าความจริงแล้ว **สามารถใช้**
รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันข้างต้นมาแทนกันได้

3 ประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน

ประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน (Negation Statement) คือ รูปแบบของประพจน์ทั้งสองมีค่าความจริง ตรงข้ามกันทุกกรณี กรณีต่อกรณี ใช้สัญลักษณ์ " $\sim$ " แทนนิเสธ เช่น A เป็นนิเสธของ B ก็ต่อเมื่อ A สมมูลกับ $\sim B$

ข้อความ	นิเสธของข้อความ
ฝนตก	ฝนไม่ตก
$4 + 2 = 6$	$4 + 2 \neq 6$
$5 > 4$	$5 \leq 4$
สุภาพไปห้องสมุด	สุภาพไม่ไปห้องสมุด

ตัวอย่าง

จงแสดงว่า $p \leftrightarrow q$ เป็นนิเสธของ $\sim p \leftrightarrow q$

วิธีทำ

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \leftrightarrow q$
T	T	T	F	F
T	F	F	F	T
F	T	F	T	T
F	F	T	T	F

จากตารางค่าความจริง $p \leftrightarrow q$ และ $\sim p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงตรงข้ามกันทุกกรณี
ดังนั้น $p \leftrightarrow q$ เป็นนิเสธของ $\sim p \leftrightarrow q$ หรืออาจจะกล่าวอีกอย่างหนึ่งได้ว่า

นิเสธของ $p \leftrightarrow q$ คือ $\sim p \leftrightarrow q$ เขียนแทนด้วย $\sim(p \leftrightarrow q) \equiv \sim p \leftrightarrow q$

นิเสธของ $\sim p \leftrightarrow q$ คือ $p \leftrightarrow q$ เขียนแทนด้วย $\sim(\sim p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow q$

ตัวอย่าง

จงแสดงว่า $p \rightarrow q$ เป็นนิเสธของ $p \wedge \sim q$

วิธีทำ

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
T	T	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	F
F	F	T	T	F

จากตารางค่าความจริง $p \rightarrow q$ และ $p \wedge \sim q$ มีค่าความจริงตรงข้ามกันทุกกรณี

ดังนั้น $p \rightarrow q$ เป็นนิเสธของ $p \wedge \sim q$ หรืออาจจะกล่าวอีกอย่างหนึ่งได้ว่า

นิเสธของ $p \rightarrow q$ คือ $p \wedge \sim q$ เขียนแทนด้วย $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

นิเสธของ $p \wedge \sim q$ คือ $p \rightarrow q$ เขียนแทนด้วย $\sim(p \wedge \sim q) \equiv p \rightarrow q$



นิเสธของประพจน์ที่ควรทราบ

1

$$1) \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

2

$$2) \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

3

$$3) \sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

สรุป

- รูปแบบของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี ไม่ว่าประพจน์ย่อยจะมีค่าความจริง เป็นจริงหรือเท็จก็ตาม เรียกว่า **สัจนิรันดร์**
- รูปแบบของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จทุกกรณี ไม่ว่าประพจน์ย่อยจะมีค่าความจริง เป็นจริงหรือเท็จก็ตาม เรียกว่า **ข้อขัดแย้ง**
- รูปแบบของประพจน์สองรูปแบบใดมีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี กรณีต่อกรณี เรียกว่า **ประพจน์ที่สมมูลกัน**
- รูปแบบของประพจน์สองรูปแบบใดมีค่าความจริงตรงข้ามกันทุกกรณี กรณีต่อกรณี เรียกว่า **ประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน**