บทเรียนที่ 6

ความน่าจะเป็น

สาระสำคัญ

กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ เป็นการหาจำนวนวิธีของผลลัพธ์ของสิ่งที่เราสนใจ

การทดลองสุ่ม คือ การทดลองที่ทราบผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถพยากรณ์ได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่าขณะที่ทดลองผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไร จากผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจนกว่าจะสิ้นสุดการทดลอง

แซมเปิลสเปซ คือ เซตของผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นได้ทั้งหมดที่เกิดจากการทดลองสุ่ม

เหตุการณ์ คือ เซตของผลลัพธ์ที่เราสนใจในการทดลองสุ่ม ซึ่งเหตุการณ์จะเป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซ

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ หมายถึง โอกาสที่เหตุการณ์หนึ่งที่เกิดขึ้นโดยหาได้จากอัตราส่วนของจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์กับจำนวนสมาชิกทั้งหมดของแซมเปิลสเปซ

กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็นทำให้การคำนวณความน่าจะเป็นง่ายขึ้น

สาระการเรียนรู้

1. กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ
2. การทดลองสุ่ม
3. แซมเปิลสเปซ
4. เหตุการณ์
5. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์
6. กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับบทเรียน

ประยุกต์ใช้การนับและความน่าจะเป็นในงานอาชีพธุรกิจและบริการ

สมรรถนะประจำบทเรียน

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น
2. ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตประจำวันและงานอาชีพ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. อธิบายจำนวนเหตุการณ์และกฎการนับได้ถูกต้อง
2. หาจำนวนเหตุการณ์โดยใช้กฎการนับและแผนภาพต้นไม้ได้ถูกต้อง
3. แก้ปัญหาโดยใช้กฎการนับได้ถูกต้อง
4. อธิบายความหมายของการทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่าง และเหตุการณ์ได้ถูกต้อง
5. หาแซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
6. หาเหตุการณ์ที่สนใจซึ่งเป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซได้ถูกต้อง
7. หายูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลีเมนต์ และผลต่างของเหตุการณ์ได้ถูกต้อง
8. คำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
9. อธิบายสมบัติของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้ถูกต้อง
10. แก้ปัญหาโดยใช้กฎและสมบัติของความน่าจะเป็นได้ถูกต้อง
11. มีเจตคติและกิจนิสัยที่ดีในการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหาในเรื่องความน่าจะเป็นในงานอาชีพอย่างเป็นระบบ
12. ประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะเรื่องความน่าจะเป็นไปเชื่อมโยงในงานอาชีพได้ถูกต้อง

ความน่าจะเป็น

การศึกษาเรื่องความน่าจะเป็น ต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับการนับจำนวนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของสิ่งที่เราสนใจหรือการทดลองแบบต่างๆ เช่น ทดลองโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้มี 2 กรณี คือการที่เหรียญขึ้นหัวหรือก้อย ทอดลูกเต๋า 1 ลูก ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้มี 6 กรณี คือ การที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มใดแต้มหนึ่งคือ 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6 แต่ถ้าการทดลองซับซ้อนขึ้น เช่น โยนเหรียญบาท 2 เหรียญพร้อมกันทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน การที่จะนับจำนวนผลลัพธ์ของการทดลองโดยตรงมีความยุ่งยากในกรณีนี้เราสามารถนำเทคนิคการนับเบื้องต้น มาใช้ในการหาจำนวนผลลัพธ์ของสิ่งที่เราสนใจได้

กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

การนับจำนวนวิธีทั้งหมดที่เป็นไปได้ในการทำงานหรือการเกิดเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่ง พบได้เสมอในชีวิตประจำวัน เช่น จำนวนวิธีทั้งหมดในการจัดเสื้อผ้าใส่ทำงาน จำนวนวิธีที่เกิดจากการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน การหาคำตอบจากปัญหาดังกล่าวจะทำได้ง่ายและสะดวกรวดเร็ว เมื่อเข้าใจเรื่อง **กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ** วิธีหนึ่งในการช่วยหาคำตอบก็คือ การใช้แผนภาพต้นไม้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 สุภาภรณ์มีเสื้ออยู่ 4 ตัว และกระโปรง 3 ตัวสำหรับสวมไปทำงาน เธอจะสวมเสื้อและกระโปรงไปทำงานเป็นชุดต่างๆ กันได้ทั้งหมดกี่ชุด

วิธีทำ การแต่งกาย 1 ชุด ประกอบด้วย เสื้อ 1 ตัว และกระโปรง 1 ตัว นั่นคือ

การเลือกเสื้อใส่ 1 ตัว สามารถเลือกได้ 4 วิธี

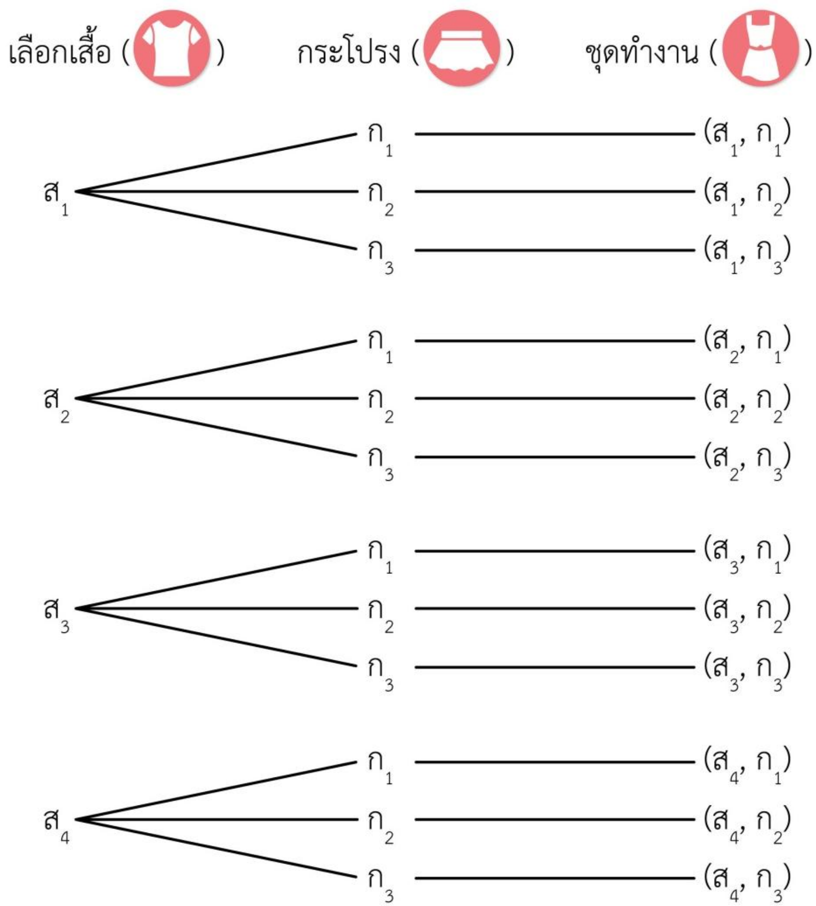
และการเลือกกระโปรงใส่ 1 ตัว สามารถเลือกได้ 3 วิธี

ดังนั้น สุภาภรณ์มีวิธีเลือกเสื้อและกระโปรงไปทำงานเป็นชุดต่างๆ กันได้ทั้งหมดเท่ากับ $4 \times 3 = 12$ วิธี หรือ 12 ชุด

จากแนวคิดดังกล่าวสามารถเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงได้ดังนี้

สมมติให้เสื้อ 4 ตัว คือ ส$_1$, ส$_2$, ส$_3$, ส$_4$

และกระโปรง 3 ตัว คือ ก$_1$, ก$_2$, ก$_3$



จากแผนภาพต้นไม้สามารถเลือกเสื้อและกระโปรงไปทำงานเป็นชุดต่างๆ กันได้ทั้งหมด 12 ชุด คือ ($ส_1$, $ก_1$), ($ส_1$, $ก_2$), ($ส_1$, $ก_3$), ($ส_2$, $ก_1$), ($ส_2$, $ก_2$), ($ส_2$, $ก_3$), ($ส_3$, $ก_1$), ($ส_3$, $ก_2$), ($ส_3$, $ก_3$), ($ส_4$, $ก_1$), ($ส_4$, $ก_2$), ($ส_4$, $ก_3$)

กฎข้อที่ 1

ถ้าต้องการทำงานอย่างหนึ่ง ซึ่งต้องกระทำ 2 ขั้นตอนต่อเนื่องกันโดยขั้นตอนที่หนึ่งสามารถกระทำได้ n_1 วิธี และในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่หนึ่ง สามารถกระทำขั้นตอนที่สองได้ n_2 วิธี จำนวนวิธีที่จะทำงานทั้งหมดเท่ากับ $n_1 \times n_2$ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 สนามกีฬาแห่งหนึ่งมีประตูเข้าออกอยู่ 4 ประตู ถ้าเข้าประตูหนึ่งแล้วออกอีกประตูหนึ่งซึ่งไม่ใช่ประตูที่เข้ามา จะมีวิธีเข้าและออกสนามกีฬานี้ได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ

สนามกีฬามีประตูเข้าออกอยู่ 4 ประตู

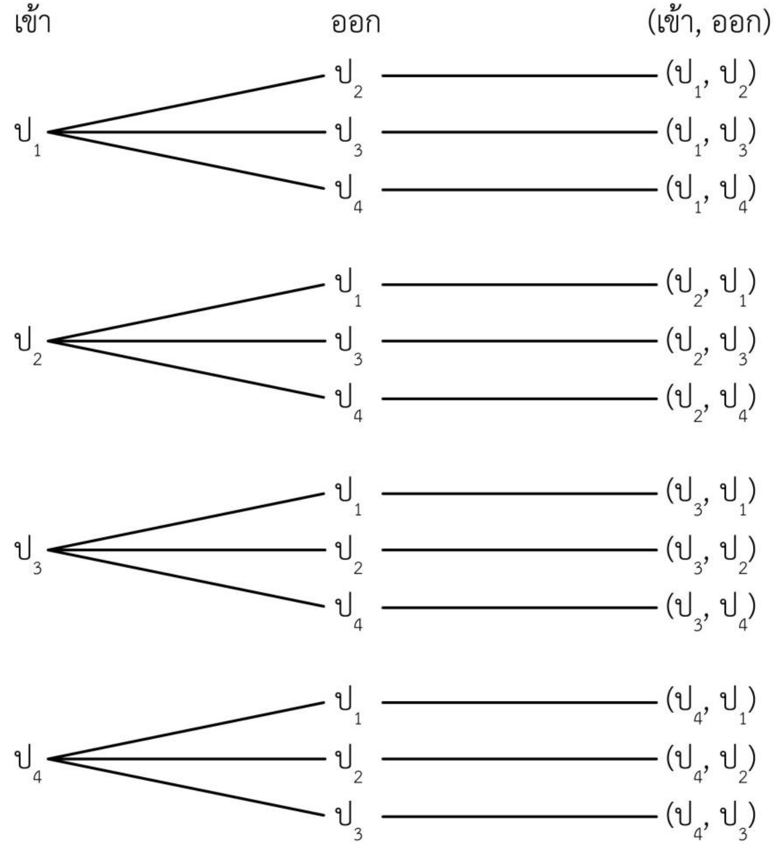
เข้าประตูสนามกีฬามีวิธีเลือกได้ 4 วิธี (ประตูที่ 1, 2, 3 หรือ 4)

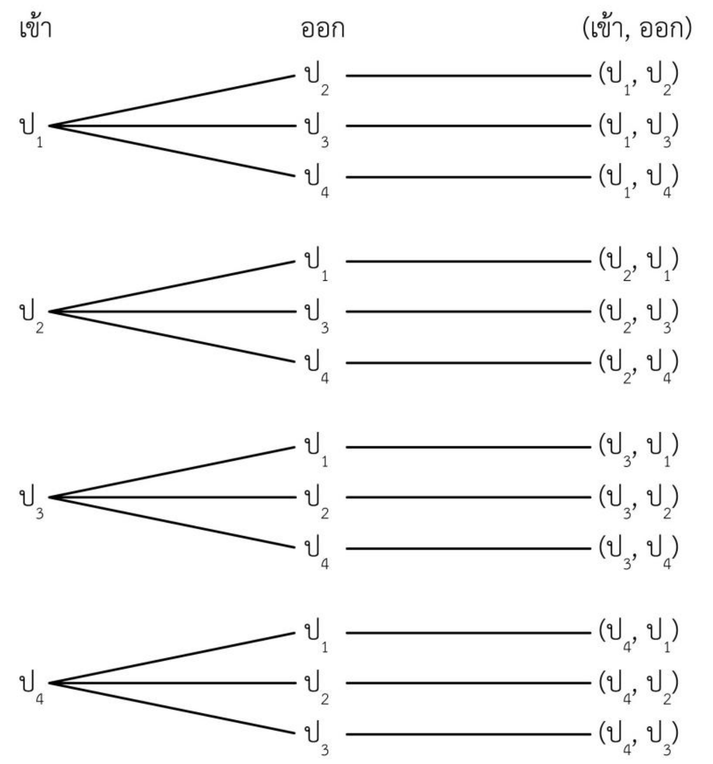
แต่ออกประตูสนามกีฬามีวิธีเลือกได้ 3 วิธี (เพราะไม่ต้องการออกประตูซ้ำกับประตูเข้า)

ดังนั้น จำนวนวิธีเข้าและออกสนามกีฬาได้ทั้งหมดเท่ากับ $4 \times 3 = 12$ วิธี

อาจเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงได้ดังนี้

สมมติให้ $ป_1$ = ประตู 1, $ป_2$ = ประตู 2, $ป_3$ = ประตู 3 และ $ป_4$ = ประตู 4





จากแผนภาพต้นไม้สามารถเข้าและออกสนามกีฬาได้ 12 วิธี คือ (ป$_1$, ป$_2$), (ป$_1$, ป$_3$), (ป$_1$, ป$_4$), (ป$_2$, ป$_1$), (ป$_2$, ป$_3$), (ป$_2$, ป$_4$), (ป$_3$, ป$_1$), (ป$_3$, ป$_2$), (ป$_3$, ป$_4$), (ป$_4$, ป$_1$), (ป$_4$, ป$_2$), (ป$_4$, ป$_3$)

กฎข้อที่ 2

ถ้าต้องการทำงานอย่างหนึ่ง ซึ่งมีขั้นตอนย่อย k ขั้นตอน โดยที่ขั้นตอนที่หนึ่งสามารถกระทำได้ n_1 วิธี และในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่หนึ่งสามารถกระทำขั้นตอนที่สองได้ n_2 วิธี และในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่หนึ่งและขั้นตอนที่สอง สามารถกระทำขั้นตอนที่สามได้ n_3 วิธี จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะทำงาน k ขั้นตอนเท่ากับ $n_1 \times n_2 \times n_3 \times ..., \times n_k$ วิธี

ตัวอย่างที่ 3 การโยนเหรียญสิบบาท 1 เหรียญ 3 ครั้งพร้อมกัน ได้ผลต่างๆ กันทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ ผลที่เกิดจากการโยนเหรียญสิบบาทแต่ละครั้งมี 2 วิธี คือ หัวหรือก้อย โยนเหรียญครั้งแรกมี 2 วิธี และจากการโยนเหรียญครั้งแรกจะเกิดวิธีจากการโยนเหรียญครั้งที่สองได้ 2 วิธี และจากการโยนเหรียญครั้งแรกและเหรียญครั้งที่สองจะมีวิธีจากการโยนเหรียญครั้งที่สามได้ 2 วิธี

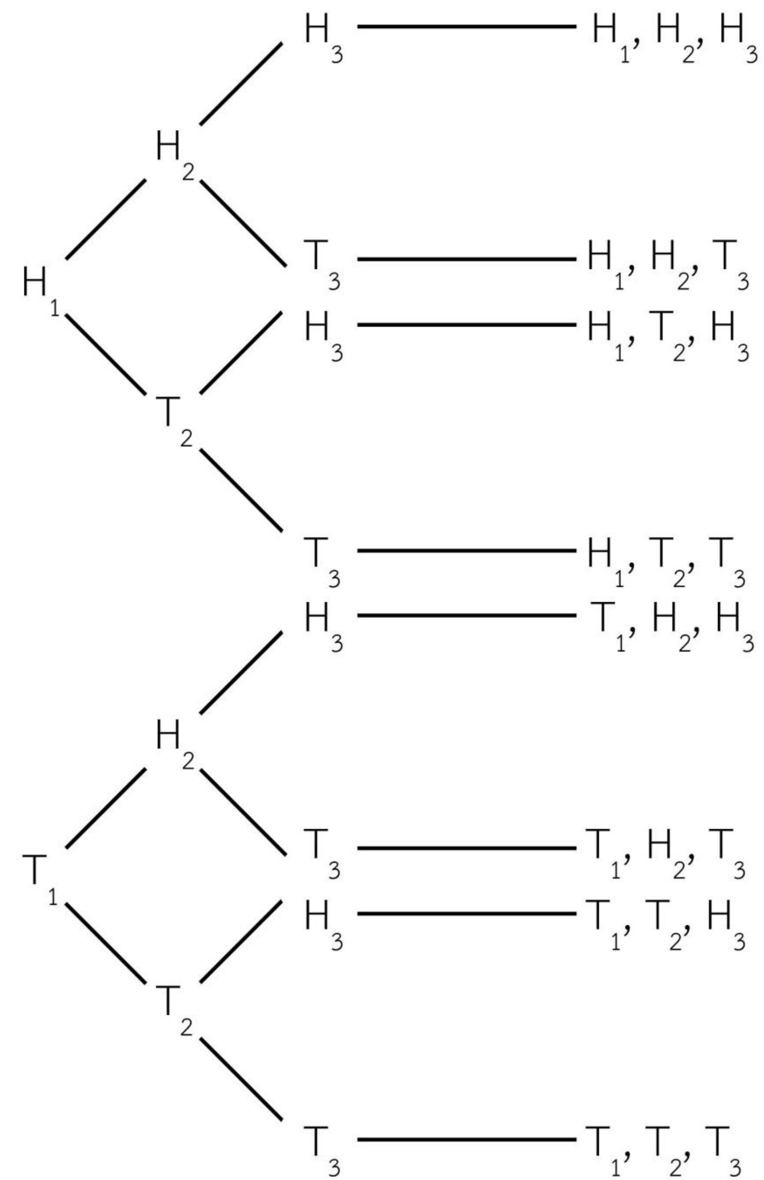
ดังนั้น จำนวนวิธีของผลต่างๆ กัน ทั้งหมดเท่ากับ $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ วิธี

อาจเขียนแผนภาพต้นไม้ได้ดังนี้

ให้ H แทนหัว และ T แทนก้อย

และผลที่เกิดจากการโยนเหรียญครั้งแรกคือ H_1, T_1

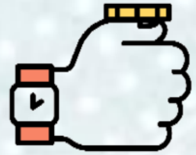
เหรียญครั้งที่สองคือ H_2, T_2 และเหรียญครั้งที่สามคือ H_3, T_3



ดังนั้น จำนวนวิธีได้ผลต่างๆ กันทั้งหมดเท่ากับ 8 วิธี

ความน่าจะเป็น

ความน่าจะเป็น เป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้แก้ปัญหาที่เกี่ยวกับความไม่แน่นอน ซึ่งอาจเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในธรรมชาติหรือจากการทดลอง และสามารถสังเกตผลที่เกิดขึ้นได้ การทดลองบางอย่างมีผลเป็นไปตามกฎเกณฑ์ของการทดลองนั้น เช่น เมื่อโยนวัตถุขึ้นไปในอากาศวัตถุนั้นจะตกลงมาสู่พื้นดินแน่นอน ซึ่งเป็นไปตามกฎเกณฑ์แต่การทดลองบางอย่างไม่สามารถบอกผลการทดลองที่แน่นอนได้ เช่น การทดลองโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง ผลที่ได้จากการทดลองอาจขึ้นหัวหรือก้อย ปรากฏการณ์ธรรมชาติต่างๆ อาจเกิดขึ้นเมื่อไรก็ได้ แต่โอกาสที่จะเกิดในแต่ละแห่งก็ไม่เท่ากัน การตัดสินใจในชีวิตประจำวันก็ขึ้นอยู่กับความไม่แน่นอนเป็นส่วนใหญ่ ทั้งนี้จำเป็นต้องทราบข้อมูลและวิธีการหาค่าโอกาสของการเกิดเหตุการณ์ที่สนใจ เรียกโอกาสการเกิดเหตุการณ์ที่สนใจว่า "ความน่าจะเป็น (Probability)"



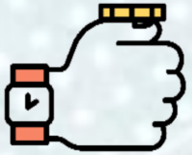
การทดลองสุ่ม

การทดลองสุ่ม (Random experiment) คือ การทดลองที่ทราบผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถพยากรณ์ได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่าขณะที่ทดลองผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไร จากผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจนกว่าจะสิ้นสุดการทดลอง

ตัวอย่างที่ 1 ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นการทดลองสุ่ม

1) การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง อาจเกิดขึ้นคือ หัวหรือก้อย

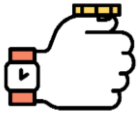
2) การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง อาจหงายหน้าที่มีแต้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6



แซมเปิลสเปซ

ปริภูมิตัวอย่าง หรือแซมเปิลสเปซ (Sample space) คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดที่เกิดจากการทดลองสุ่ม โดยแต่ละสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง หรือผลการทดลองเรียกว่า จุดตัวอย่าง (Sample point หรือ Outcome) ใช้สัญลักษณ์ S แทนปริภูมิตัวอย่าง หรือแซมเปิลสเปซ และ n(S) แทนจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างหรือแซมเปิลสเปซ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาแซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มต่อไปนี้



1) การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง

ให้ H แทนหัว และ T แทนก้อย

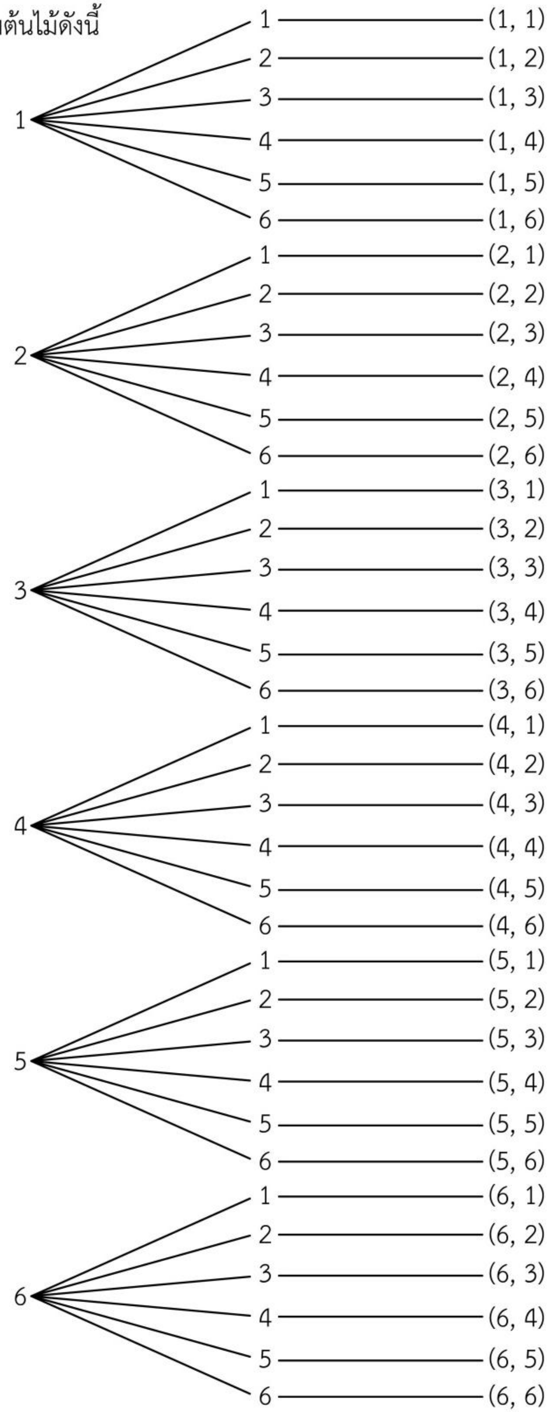
ดังนั้น $S = \{H, T\}$; $n(S) = 2$

2) การทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง

ดังนั้น $S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$
$(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$
$(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),$
$(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),$
$(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)$
$(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

$n(S) = 36$

หรืออาจใช้แผนภาพต้นไม้ดังนี้



เหตุการณ์

ในการทดลองสุ่มสามารถหาผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมด และในกรณีที่สนใจเหตุการณ์บางอย่างที่จะเกิดขึ้นว่าผลลัพธ์นั้นเป็นอะไรได้บ้าง เช่น ในการทดลองโยนเหรียญบาท 2 เหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมด คือ HH, HT, TH, TT ถ้าเราสนใจผลลัพธ์ที่ได้ก้อยทั้ง 2 เหรียญ ซึ่งก็คือ TT

เหตุการณ์ (Event) คือ เซตของผลลัพธ์ที่เราสนใจจากการทดลองสุ่ม โดยเหตุการณ์จะเป็นสับเซตของปริภูมิตัวอย่างหรือแซมเปิลสเปซ นิยมใช้ภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C, D, E, ... แทนเหตุการณ์

ตัวอย่างที่ 1 ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงหา

1) แซมเปิลสเปซ

2) E_1 เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายแต้มคู่

3) E_2 เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายแต้มน้อยกว่า 4

4) E_3 เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายแต้มไม่เกิน 4

5) E_4 เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายแต้มน้อยกว่า 1

วิธีทำ

1) $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\quad n(S) = 6$

2) $E_1 = \{2, 4, 6\}$ $\quad n(E_1) = 3$

3) $E_2 = \{1, 2, 3\}$ $\quad n(E_2) = 3$

4) $E_3 = \{1, 2, 3, 4\}$ $\quad n(E_3) = 4$

5) $E_4 = \{\ \}$ $\quad n(E_4) = 0$

หมายเหตุ $\{\ \}$ หรือ ϕ เรียกว่า เซตว่าง

ตัวอย่างที่ 2 สุ่มหยิบสลาก 1 ใบ แต่ละใบเขียนหมายเลข 15 ถึง 35 ใบละหนึ่งหมายเลขจากกล่อง จงเขียนเหตุการณ์แต่ละข้อต่อไปนี้

1) หยิบสลากที่เป็นจำนวนเฉพาะ

2) หยิบสลากที่หารด้วย 5 ลงตัว

วิธีทำ ให้ E_1 และ E_2 แทนเหตุการณ์ในข้อ 1) และ 2)

1) $E_1 = \{17, 19, 23, 29, 31\}$ $\qquad$ 2) $E_2 = \{15, 20, 25, 30, 35\}$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ หมายถึง ตัวเลขที่ใช้บอกโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์นั้นๆ ว่ามากหรือน้อยเพียงใด โดยทั่วไปนิยมเขียนค่าความน่าจะเป็นในรูปเศษส่วนหรือทศนิยม

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์หาได้จากอัตราส่วนของจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์กับจำนวนสมาชิกทั้งหมดของแซมเปิลสเปซ

ให้ S เป็นแซมเปิลสเปซ

n(S) เป็นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ

E เป็นเหตุการณ์ใดๆ

n(E) เป็นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์

P(E) เป็นความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E

ดังนั้น

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

ตัวอย่างที่ 1 การโยนเหรียญบาท 2 เหรียญ 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่เหรียญจะออก

1) ก้อยทั้งสองเหรียญ

2) หัวอย่างน้อย 1 เหรียญ

วิธีทำ

ให้ H แทนหัว และ T แทนก้อย

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$; $n(S) = 4$

1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญจะออกก้อยทั้งสองเหรียญ

$E_1 = \{TT\}$; $n(E_1) = 1$

$$P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะออกก้อยทั้งสองเหรียญเท่ากับ $\frac{1}{4}$ หรือ 0.25

2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญจะออกหัวอย่างน้อย 1 เหรียญ

$E_2 = \{HH, HT, TH\}$; $n(E_2) = 3$

$$P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะออกหัวอย่างน้อย 1 เหรียญเท่ากับ $\frac{3}{4}$ หรือ 0.75

ตัวอย่างที่ 2 กล่องใบหนึ่งใส่รายชื่อนักเรียนชาย 12 คน นักเรียนหญิง 28 คน จงหาความน่าจะเป็นในการที่จับสลากใบแรกได้

1) นักเรียนชาย

2) นักเรียนหญิง

วิธีทำ ให้ S แทนจำนวนนักเรียนทั้งหมด, $n(S) = 40$

1) E_1 แทนเหตุการณ์ที่จับสลากใบแรกเป็นนักเรียนชาย ; $n(E_1) = 12$

$$P(E_1) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} = 0.3$$

2) E_2 แทนเหตุการณ์ที่จับสลากใบแรกเป็นนักเรียนหญิง ; $n(E_2) = 28$

$$P(E_2) = \frac{28}{40} = \frac{7}{10} = 0.7$$

สมบัติของความน่าจะเป็น

สมบัติของความน่าจะเป็นที่สำคัญมีดังนี้

ให้ E เป็นเหตุการณ์ใดๆ และ S เป็นแซมเปิลสเปซ สมบัติที่เกี่ยวกับความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E มีดังต่อไปนี้

❶ $0 \leq P(E) \leq 1$

❷ ถ้า $E = \phi$ แล้ว $P(E) = 0$

นั่นคือ $P(\phi) = 0$

❸ ถ้า $E = S$ แล้ว $P(S) = 1$

นั่นคือ $P(E) = 1$

ตัวอย่างที่ 1 ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่

1) ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทั้งสองลูกรวมกันไม่น้อยกว่า 9

2) ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทั้งสองลูกหารด้วย 6 ลงตัว

3) ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทั้งสองลูกรวมกันเป็น 13

วิธีทำ

$$
\begin{aligned}
S = \{&(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6) \\
&(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6) \\
&(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6) \\
&(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6) \\
&(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6) \\
&(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}
\end{aligned}
$$

$n(S) = 6 \times 6 = 36$ วิธี

1) ให้ A แทนเหตุการณ์ที่ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทั้งสองลูกรวมกันไม่น้อยกว่า 9

$A = \{(3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

$n(A) = 10$

$$P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} = 0.28$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทั้งสองลูกรวมกันไม่น้อยกว่า 9 เท่ากับ 0.28

2) ให้ B แทนเหตุการณ์ที่ผลบวกของแต้มหารด้วย 6 ลงตัว

$B = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3)\ (4, 2), (5, 1), (6, 6)\}$

$n(B) = 6$

$$P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0.17$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทั้งสองลูกหารด้วย 6 ลงตัว เท่ากับ 0.17

3) ให้ C แทนเหตุการณ์ที่ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทั้งสองลูกรวมกันเป็น 13

$C = \phi\ ;\ n(C) = 0$

$P(C) = P(\phi) = 0$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทั้งสองลูกรวมกันเป็น 13 เท่ากับ 0

กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

กฎข้อที่ 1 ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ใดๆ แล้ว $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

กฎข้อที่ 2 ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ใดๆ ที่ไม่เกิดร่วมกันแล้ว $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

กฎข้อที่ 3 ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใดๆ แล้ว $P(E') = 1 - P(E)$

ตัวอย่างที่ 1 ในการสุ่มเลือกจำนวนเต็มมา 1 จำนวน จากจำนวนเต็มตั้งแต่ 0 ถึง 19 จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มได้เลขจำนวนเต็มเป็นเลขคี่หรือหารด้วย 3 ลงตัว

วิธีทำ ให้ S แทนแซมเปิลสเปซจำนวนเต็มตั้งแต่ 0 ถึง 19

E_1 แทนเหตุการณ์ที่เลขจำนวนนั้นเป็นเลขคี่

E_2 แทนเหตุการณ์ที่เลขจำนวนนั้นหารด้วย 3 ลงตัว

$S = \{0, 1, 2, 3, ..., 19\}$; $n(S) = 20$

$E_1 = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$; $n(E_1) = 10$

$E_2 = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18\}$; $n(E_2) = 7$

$E_1 \cap E_2 = \{3, 9, 15\}$; $n(E_1 \cap E_2) = 3$

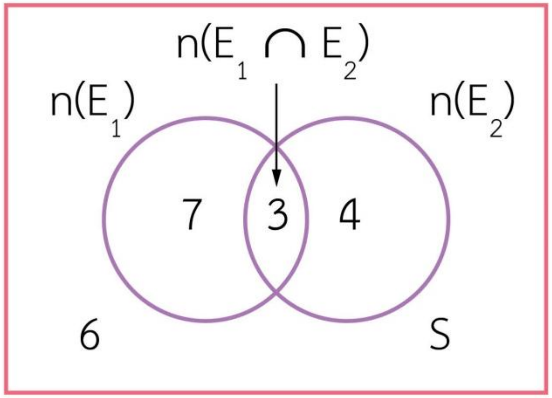
$E_1 \cup E_2$ แทนเหตุการณ์ที่เลขจำนวนนั้นเป็นเลขคี่หรือหารด้วย 3 ลงตัว

จากกฎความน่าจะเป็น

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

$$= \frac{10}{20} + \frac{7}{20} - \frac{3}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10} = 0.7$$

หรือใช้เขียนแผนภาพเวนน์–ออยเลอร์



$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{7+3+4}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10} = 0.7$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เลขจำนวนนั้นเป็นเลขคี่หรือหารด้วย 3 ลงตัว เท่ากับ 0.7

ตัวอย่างที่ 2 ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะหงายแต้มคี่หรือหงายแต้มมากกว่า 5

วิธีทำ ให้ S แทนแซมเปิลสเปซในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก ; $n(S) = 6$

A แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายแต้มคี่

$A = \{1, 3, 5\}$; $n(A) = 3$

B แทนเหตุการณ์ลูกเต๋าหงายแต้มมากกว่า 5

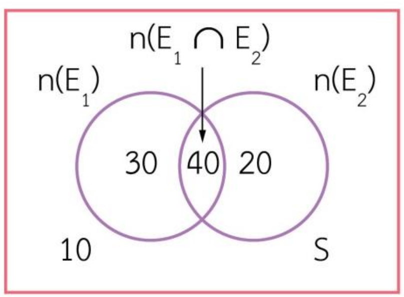
$B = \{6\}$; $n(B) = 1$

$A \cap B = \phi$ นั่นคือ A, B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0.67$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะหงายแต้มคี่หรือหงายแต้มมากกว่า 5 เท่ากับ 0.67



จากกฎความน่าจะเป็น

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

$$= \frac{70}{100} + \frac{60}{100} - \frac{40}{100}$$

$$= \frac{90}{100} = 0.9$$

หรือเขียนแผนภาพเวนน์–ออยเลอร์

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{30 + 40 + 20}{100}$$

$$= \frac{90}{100} = 0.9$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่สุ่มคนไข้มา 1 คน จะเป็นโรคตาหรือฟันผุเท่ากับ 0.9

สรุป

กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

กฎข้อที่ 1 จำนวนวิธีการทำงานมีขั้นตอนย่อย 2 ขั้นตอน = $n_1 \times n_2$ วิธี

กฎข้อที่ 2 จำนวนวิธีการทำงานมีขั้นตอนย่อย k ขั้นตอน = $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots \times n_k$ วิธี

การทดลองสุ่ม คือ การทดลองที่ทราบผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถพยากรณ์ได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่าขณะที่ทดลอง ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไร จากผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจนกว่าจะสิ้นสุดการทดลอง

ปริภูมิตัวอย่างหรือแซมเปิลสเปซ คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นได้ทั้งหมดที่เกิดจากการทดลองสุ่ม ใช้สัญลักษณ์ S แทนปริภูมิตัวอย่างหรือแซมเปิลสเปซ

เหตุการณ์ คือ เซตของผลลัพธ์ที่เราสนใจอยากจะให้เกิดจากการทดลองสุ่มเหตุการณ์ โดยจะเป็นสับเซตของแซมเบิลสเปซ นิยมใช้ E แทนเหตุการณ์

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใดๆ

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

กฎข้อที่ 1 : $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

กฎข้อที่ 2 : $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

กฎข้อที่ 3 : $P(E') = 1 - P(E)$

สิ้นสุดการนำเสนอประจำหน่วย