



หน่วยที่

1

$$2 + 5 =$$

$$\frac{4}{2}$$

$$\sqrt{\quad}$$

มุมและหน่วย การวัดมุม

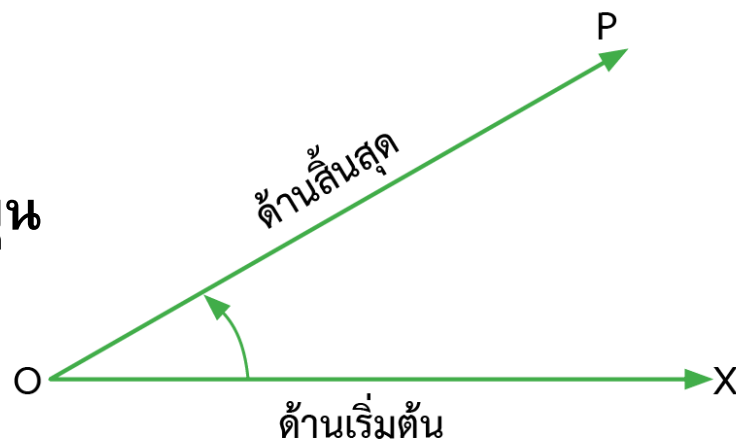
สารบัญ

ถัดไป



มุม

พิจารณารูป มุม POX เกิดจากการหมุน
ของสองรังสีที่มีจุดเริ่มต้นร่วมกัน ด้าน OX
เรียกว่า **ด้านเริ่มต้น (Initial Side)** ด้าน OP
เรียกว่า ด้านสิ้นสุด (Terminal Side) จุด O
เรียกว่า จุดมุมหรือจุดยอด (Vertex)



การเรียกชื่อมุม

นิยมใช้อักษรภาษาอังกฤษแทนชื่อมุม เช่น A, B, C,... หรือใช้อักษรกรีก
แทนชื่อมุม เช่น

θ อ่านว่า ทิตา (Theta)

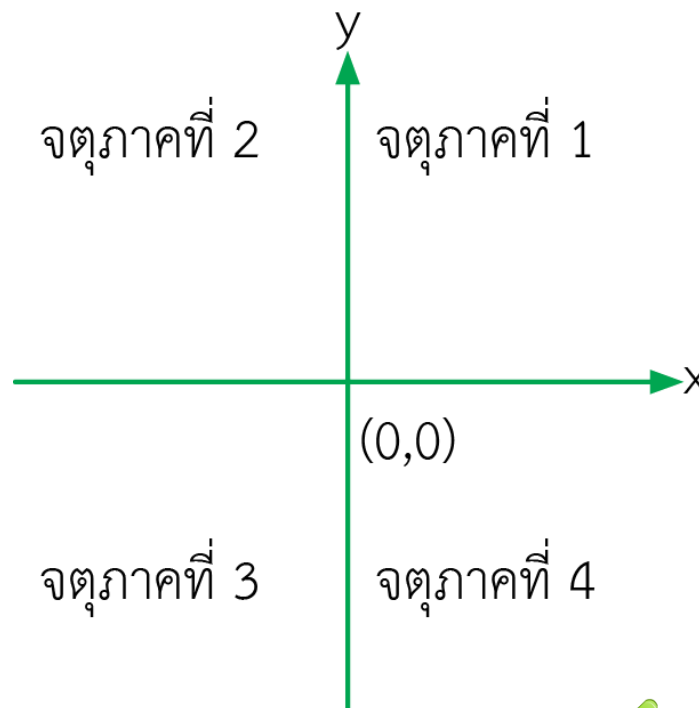
α อ่านว่า อัลฟา (Alpha)

β อ่านว่า เบต้า (Beta)

γ อ่านว่า แกมมา (Gamma)



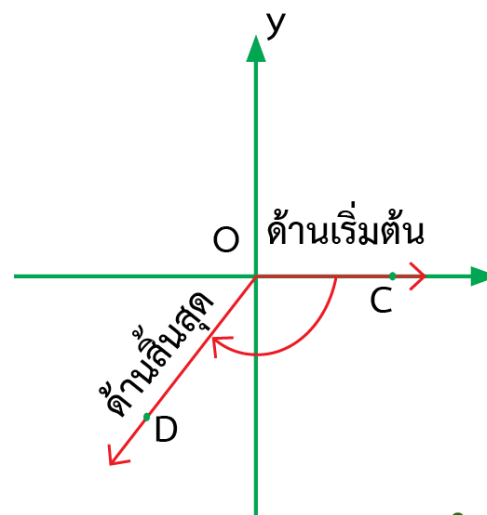
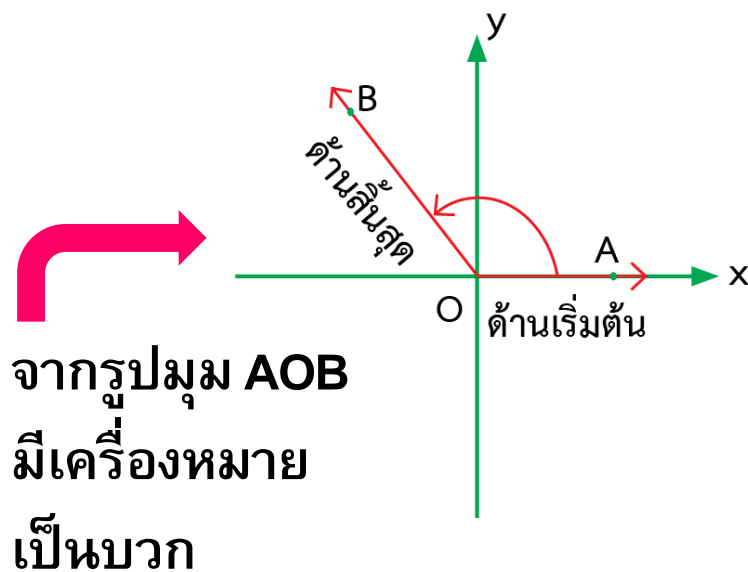
ระนาบพิกัดฉาก เป็นบริเวณที่เกิดจาก แกน x ตัดแกน y เป็นมุมฉากที่จุด จุดหนึ่ง เรียกว่า จุดกำเนิด ทำให้แบ่งระนาบพิกัดฉากเป็น 4 ส่วน แต่ละส่วนเรียกว่า จตุภาค หรือ ควอดรนต์ (Quadrant) สำหรับด้านเริ่มต้นของมุมจะอยู่บนแกน x ทางด้านบวก ส่วนด้านสิ้นสุดของมุมจะอยู่ในจตุภาคใด ขึ้นอยู่กับขนาดและทิศทางของการหมุนของมุม ดังรูป





มุมในตำแหน่งมาตรฐาน

มุมในตำแหน่งมาตรฐาน จุดยอดมุมจะอยู่ที่จุดศูนย์กลางด้านเริ่มต้นของมุมซึ่งจะอยู่บนแกน x ด้านบวกถ้าทิศทางการหมุนของมุมเป็นแบบทวนเข็มนาฬิกา มุมที่เกิดขึ้นจะมีเครื่องหมายเป็นบวก แต่ถ้าทิศทางการหมุนของมุมเป็นแบบตามเข็มนาฬิกา มุมที่เกิดขึ้นจะมีเครื่องหมายเป็นลบ



จากรูป COD
มีเครื่องหมาย
เป็นลบ



หน่วยของการวัดมุม

1

การวัดมุมหน่วยเป็นองศา (DEGREE)

หน่วยของมุมเป็นองศา ยังแบ่งหน่วยย่อยเป็นลิปดา และฟิลิปดา กล่าวคือ ในแต่ละ 1 องศา (1°) จะแบ่งเป็นหน่วยย่อย คือ 60 ลิปดา ($60'$) และในแต่ละลิปดา จะแบ่งเป็นหน่วยย่อย คือ 60 ฟิลิปดา ($60''$)

นั่นคือ

1 องศา เท่ากับ	60	ลิปดา
1 ลิปดา เท่ากับ	60	ฟิลิปดา
ดังนั้น 1 องศา เท่ากับ	3,600	ฟิลิปดา



ตัวอย่างที่ 1 จงเปลี่ยนมุม $20^{\circ} 10' 15''$ ให้อยู่ในมุมหน่วยองศา

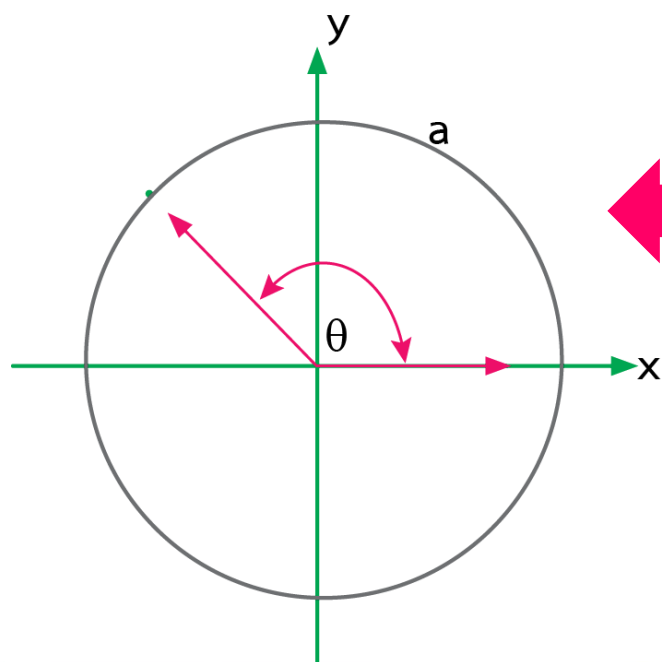
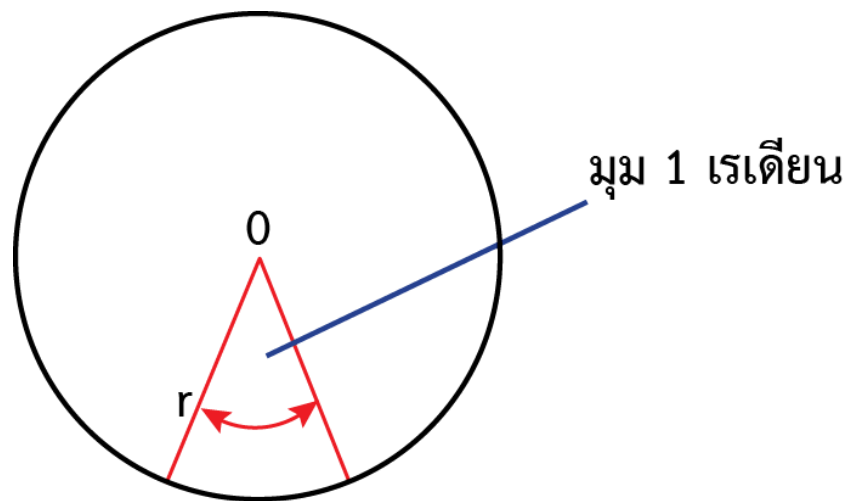
วิธีทำ	เนื่องจาก 60 ลิปดา	=	1	องศา
	10 ลิปดา	=	$\frac{1 \times 10}{60}$	องศา
		$\approx$	0.1667	องศา
	3,600 ฟลิปดา	=	1	องศา
	15 ฟลิปดา	=	$\frac{1 \times 15}{3,600}$	องศา
		$\approx$	0.0042	องศา
	ดังนั้น มุม $20^{\circ} 10' 15''$	$\approx$	$20^{\circ} + 0.1667^{\circ} + 0.0042^{\circ}$	
		$\approx$	20.1709°	



2

การวัดมุมหน่วยเป็นเรเดียน (RADIAN)

มุม 1 เรเดียน คือ มุมที่มี
ขนาดเท่ากับมุมที่จุดศูนย์กลาง
ของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้ง
ที่ยาวเท่ากับรัศมีดังรูป



จากรูป

θ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางวงกลม

a แทนความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุม θ

r แทนรัศมีของวงกลม



$$\text{มุม } \theta \text{ มีขนาด} = \frac{a}{r} \text{ เรเดียน}$$

$$\text{มุมรอบจุดศูนย์กลางวงกลม} = \frac{\text{ความยาวเส้นรอบวงของวงกลม}}{\text{รัศมี}}$$

$$= \frac{2\pi r}{r}$$

$$= 2\pi \text{ เรเดียน}$$

และ มุมรอบจุดศูนย์กลางวงกลม เท่ากับ 360 องศา

$$360 \text{ องศา} = 2\pi \text{ เรเดียน}$$

$$180 \text{ องศา} = \pi \text{ เรเดียน}$$

$$1 \text{ องศา} = \frac{\pi}{180} \text{ เรเดียน}$$

$$\approx 0.0175 \text{ เรเดียน}$$

$$1 \text{ เรเดียน} = \frac{180}{\pi}$$

$$\approx 57.3 \text{ องศา}$$

ตัวอย่างที่ 2

จงเปลี่ยนมุม 30 องศาให้อยู่ในหน่วยของเรเดียน

วิธีทำ เนื่องจาก มุม 1 องศา $= \frac{\pi}{180}$ เรเดียน

มุม 30 องศา $= \frac{\pi}{180} \times 30$ เรเดียน

$= \frac{\pi}{6}$ เรเดียน (π มีค่าประมาณ $\frac{22}{7}$)

ดังนั้น มุม 30 องศา ≈ 0.5238 เรเดียน



ตัวอย่างที่ 3

จงเปลี่ยนมุม $\frac{\pi}{5}$ เรเดียน ให้อยู่ในหน่วยขององศา

วิธีทำ เนื่องจาก มุม 1 เรเดียน = $\frac{180}{\pi}$ องศา

มุม $\frac{\pi}{5}$ เรเดียน = $\frac{180}{\pi} \times \frac{\pi}{5}$ องศา

ดังนั้น มุม $\frac{\pi}{5}$ เรเดียน เท่ากับ 36 องศา

