



ความดันในภาชนะ การเชื่อมต่อด้วยหมุดย้ำ และการเชื่อม





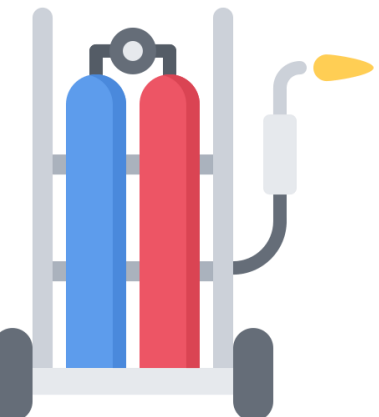
รูปทรงกระบอกบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Wall Cylinder Under Internal Pressure)

รูปทรงกระบอกกลวงผนังบาง หมายถึง ภาชนะทรงกระบอกที่มีความหนาของผนังน้อยมาก เมื่อเทียบกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกระบอก (เส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย) ความเค้นในทรงกระบอกกลวงผนังบางจะแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

1. ความเค้นตามแนวเส้นรอบวง (Hoop or Circumferential Stress)
2. ความเค้นตามแนวยาว (Longitudinal Stress)

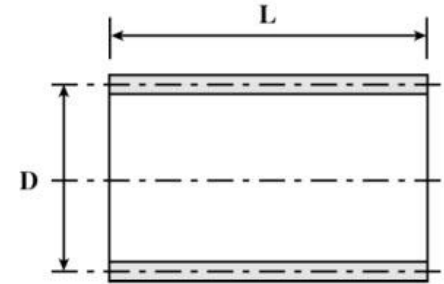
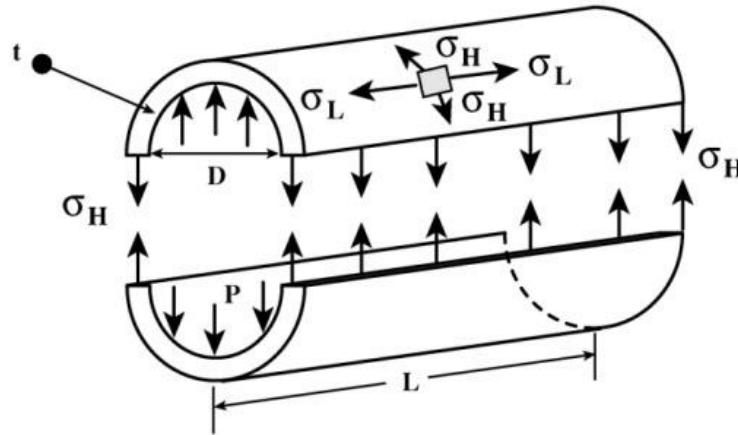
ความเค้นตามแนวเส้นรอบวง (Hoop or Circumferential Stress)

ภาชนะรูปทรงกระบอกเมื่อได้รับความดันภายในจะท ทำให้เกิดความเค้นขึ้นในทิศสัมผัสกับเส้นรอบวง เรียกว่า ความเค้นตามแนวเส้นรอบวง (Hoop Stress, σ_H) ดังนี้





รูปทรงกระบอกบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Wall Cylinder Under Internal Pressure)

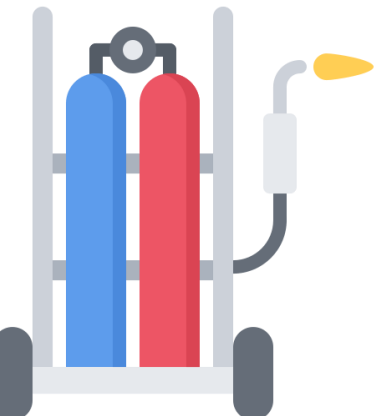


แรงที่เกิดจากความดันภายใน = ความดัน x พื้นที่รับความดัน

$$F = P \times DL \dots\dots\dots (1)$$

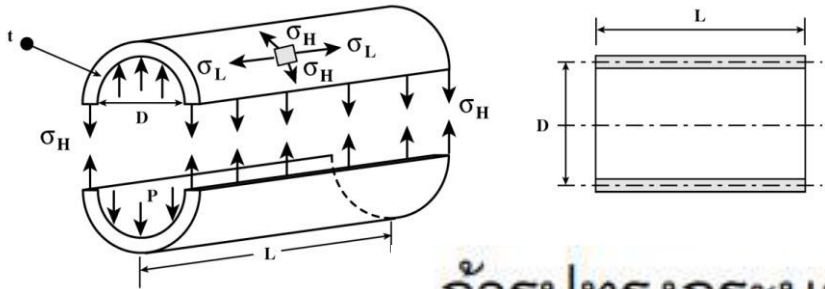
แรงต้านที่ทำให้เกิดความเค้นตามแนวเส้นรอบวง (Hoop Stress, σ_H) ดังนี้

$$F = 2\sigma_H \times Lt \dots\dots\dots (2)$$





รูปทรงกระบอกบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Wall Cylinder Under Internal Pressure)



ถ้ารูปทรงกระบอกยังคงรูปเดิมอยู่ได้ แสดงว่าแรงที่เกิดขึ้นจะต้องเท่ากัน

∴ สมการ ① = ②

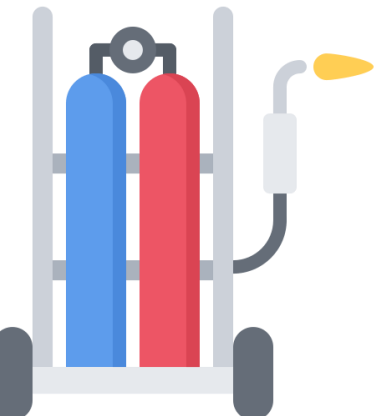
จะได้

$$P \times DL = 2\sigma_H \times Lt$$

∴

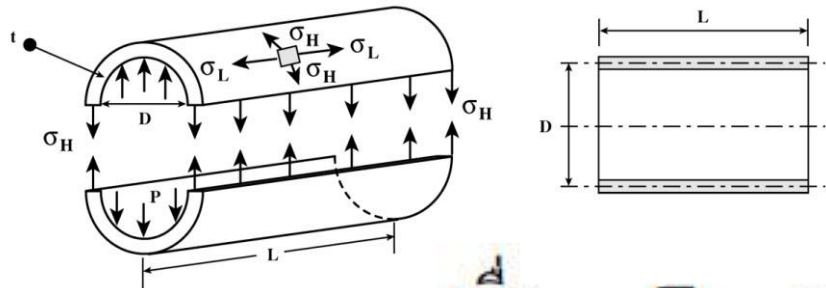
$$\sigma_H = \frac{PDL}{2Lt}$$

$$\sigma_H = \frac{PD}{2t} = \frac{P2r}{2t} \text{ หรือ } \frac{Pr}{t}$$





รูปทรงกระบอกบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Wall Cylinder Under Internal Pressure)



เมื่อ

σ_H =

ความเค้นตามแนวเส้นรอบวง (N/mm^2)

P =

ความดันที่เกิดขึ้นในภาชนะ (N/mm^2)

D =

เส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของทรงกระบอกกลวงผนังบาง (mm)

r =

รัศมีเฉลี่ยของทรงกระบอกกลวงผนังบาง (mm)

L =

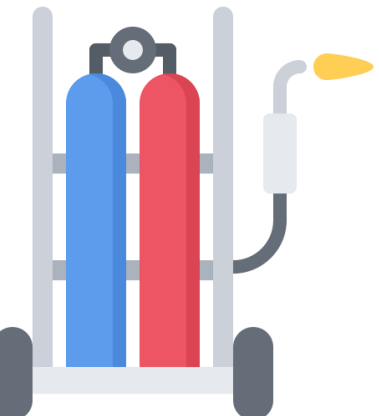
ความยาวของทรงกระบอกกลวงผนังบาง (mm)

t =

ความหนาของทรงกระบอกกลวงผนังบาง (mm)

A =

พื้นที่ผิวโค้งในช่วงความยาว L = DL (mm^2)

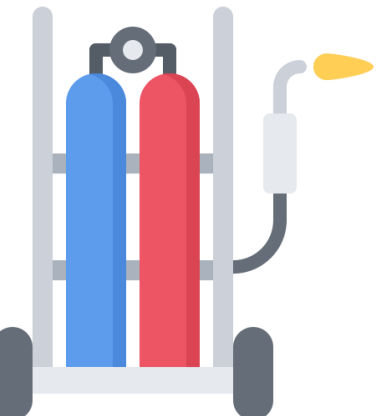
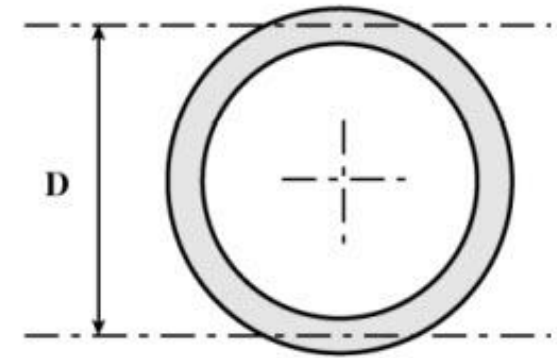
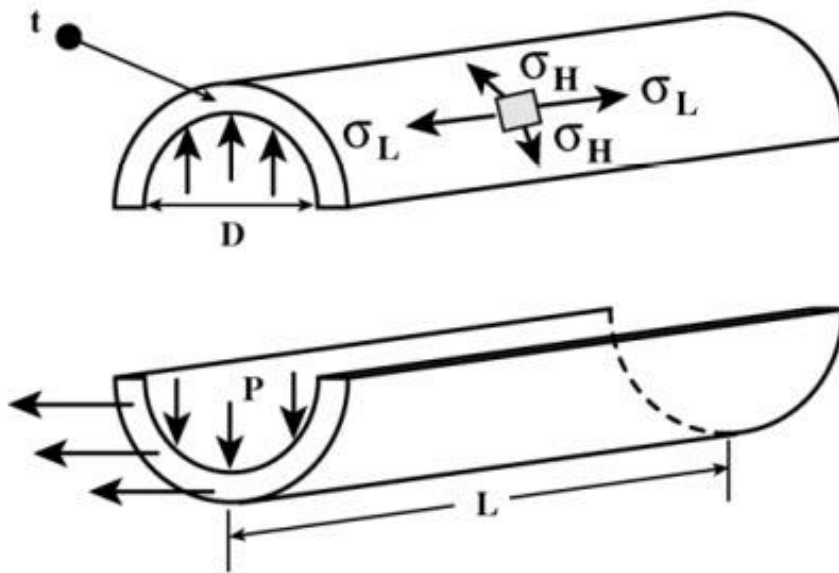




รูปทรงกระบอกบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Wall Cylinder Under Internal Pressure)

ความเค้นตามแนวยาว (Longitudinal Stress)

ภาชนะรูปทรงกระบอกปลายทั้งสองข้างปิด เมื่อได้รับความดันภายในผนังรูปทรงกระบอกจะยืดออกตามแนวยาว และทำให้เกิดความเค้นขึ้น เรียกว่า ความเค้นตามแนวยาว (Longitudinal Stress, σ_L) ดังนี้





รูปทรงกระบอกบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Wall Cylinder Under Internal Pressure)

แรงที่เกิดจากความดันภายใน = ความดัน $\times$ พื้นที่รับความดัน

$$F = P \times \frac{\pi D^2}{4} \dots\dots\dots ③$$

แรงต้านที่ทำให้เกิดความเค้นตามแนวเส้นรอบวง (σ_L)

$$F = \sigma_L \times \pi D t \dots\dots\dots ④$$

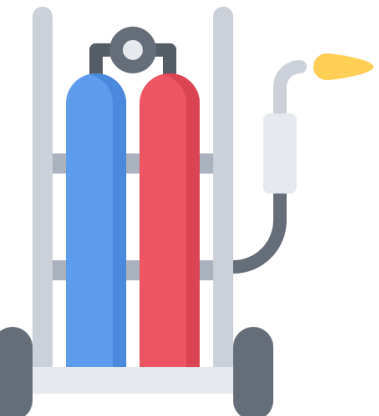
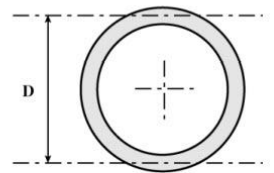
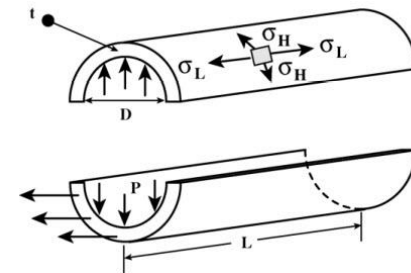
ถ้าทรงกระบอกยังคงรูปเดิมอยู่ได้ แรงทั้งสองที่เกิดขึ้นจะต้องเท่ากัน

$\therefore$ สมการ ③ = ④

จะได้ $P \times \frac{\pi D^2}{4} = \sigma_L \times \pi D t$

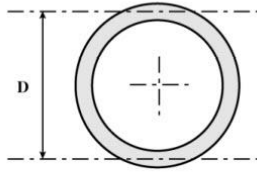
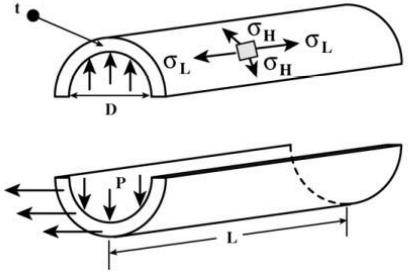
$$\therefore \sigma_L = \frac{P \pi D^2}{4 \pi D t}$$

$$\sigma_L = \frac{PD}{4t} = \frac{P2r}{4t} \text{ หรือ } \frac{Pr}{2t}$$

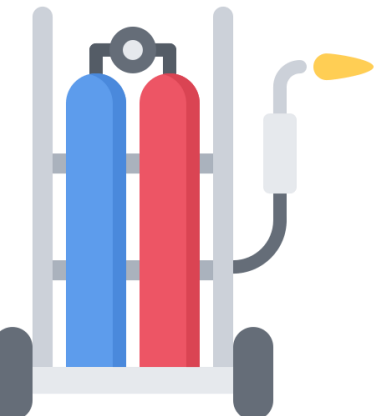




รูปทรงกระบอกบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Wall Cylinder Under Internal Pressure)



เมื่อ	σ_L	=	ความเค้นตามแนวยาว (N/mm^2)
	P	=	ความดันที่เกิดขึ้นในภาชนะ (N/mm^2)
	D	=	เส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของทรงกระบอกกลวงผนังบาง (mm)
	r	=	รัศมีเฉลี่ยของทรงกระบอกกลวงผนังบาง (mm)
	L	=	ความยาวของทรงกระบอกกลวงผนังบาง (mm)
	t	=	ความหนาของทรงกระบอกกลวงผนังบาง (mm)
	A	=	พื้นที่ฝาปิดหัวท้ายของทรงกระบอก = $\frac{\pi D^2}{4}$ (mm^2)

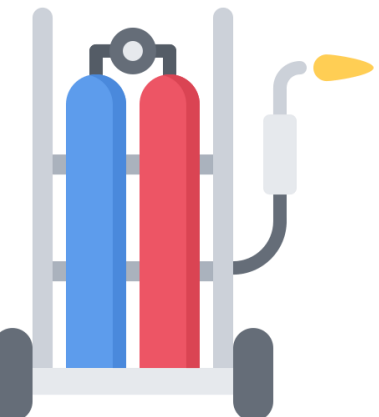




รูปทรงกระบอกบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Wall Cylinder Under Internal Pressure)

หมายเหตุ

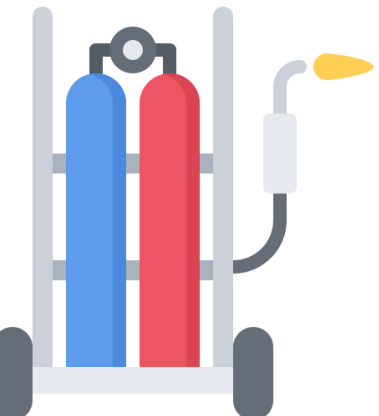
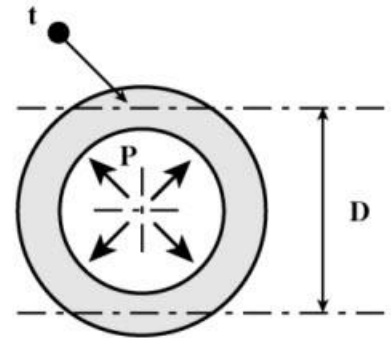
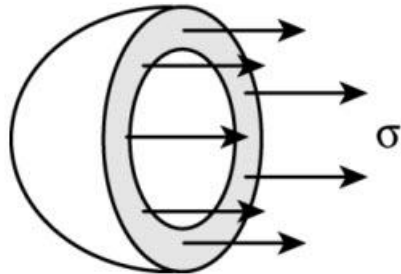
1. แรงแท่งทำให้เกิดความเค้นตามแนวเส้นรอบวง (σ_H) จะเป็นแรงที่ท ำให้รูปทรงกระบอก ขาดตามแนวยาว
2. แรงแท่งกระทำตามแนวยาวจะท ำให้เกิดความเค้นตามแนวยาว (σ_L) จะเป็นแรงที่ทำให้ทรงกระบอกขาดตามแนวเส้นรอบวง
3. ความเค้นตามแนวเส้นรอบวง (σ_H) กับความเค้นตามแนวยาว (σ_L) จะกระทำต ้งจากซึ่งกันและกัน และความเค้นตามแนวเส้นรอบวง (σ_H) จะมีค่าเป็นสองเท่าของความเค้นตามแนวยาว (σ_L)





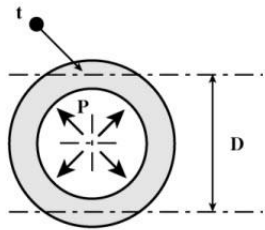
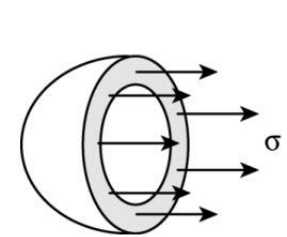
รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)

รูปทรงกลมผนังบาง หมายถึง ภาชนะทรงกลมที่มีความหนาของผนังน้อยมากเมื่อเทียบกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม (เส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย) ความดันภายในทรงกลมจะ ดันผนังทรงกลมทุกทิศทาง และทำให้เกิดความเค้นที่ผนังทรงกลมขึ้น (Stress, σ)





รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)



แรงที่เกิดจากความดันภายใน = ความดัน $\times$ พื้นที่รับความดัน

$$F = P \times \frac{\pi D^2}{4} \dots\dots\dots ⑤$$

แรงต้านที่เกิดขึ้นเนื่องจากความเค้นในทรงกลม (σ)

$$F = \sigma \times \pi D t \dots\dots\dots ⑥$$

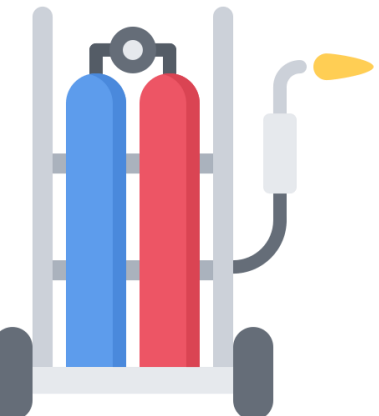
ถ้าทรงกลมยังคงรูปเดิมอยู่ได้ แสดงว่าแรงที่เกิดขึ้นทั้งสองจะต้องเท่ากัน

$\therefore$ สมการ ⑤ = ⑥

$$\text{จะได้} \quad P \times \frac{\pi D^2}{4} = \sigma \times \pi D t$$

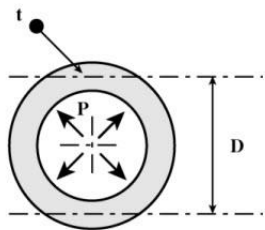
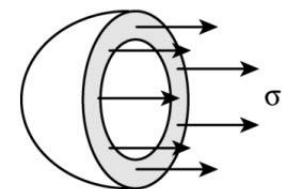
$$\therefore \quad \sigma = \frac{P \pi D^2}{4 \pi D t}$$

$$\sigma = \frac{PD}{4t} = \frac{P2r}{4t} \quad \text{หรือ} \quad \frac{Pr}{2t}$$





รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)



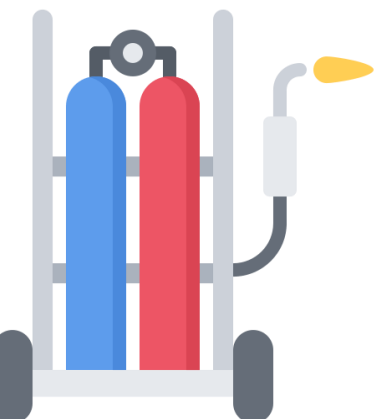
เมื่อ σ = ความเค้นที่เกิดขึ้นในทรงกลม (N/mm^2)

P = ความดันที่เกิดขึ้นในภาชนะ (N/mm^2)

D = เส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของทรงกลม (mm)

r = รัศมีเฉลี่ยของทรงกลม (mm)

t = ความหนาของทรงกลมผนังบาง (mm)





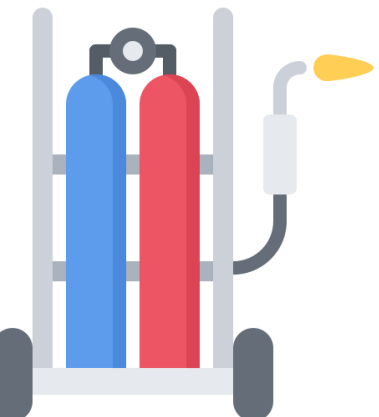
รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)

ค่าของความดันใช้งาน (Design Or Working Pressure)

รูปทรงกระบอกกลวงผนังบางชนิดที่ไม่มีตะเข็บ แรงแผ่นด้านที่จะทำให้รูปทรงกระบอกฉีกขาดจะเป็นความเค้นที่เกิดขึ้นตามแนวเส้นรอบวง (σ_H) ของทรงกระบอก

$$\therefore \text{จะได้} \quad \text{ความดันที่ใช้งาน} = \frac{t\sigma_H}{r}$$

รูปทรงกระบอกที่มีตะเข็บ คือ รูปทรงกระบอกประกอบด้วยแผ่นโลหะหลายๆ แผ่นต่อเข้าด้วยกัน ซึ่งจะทนแรงแผ่นด้านได้น้อยกว่าทรงกระบอกที่ไม่มีรอยตะเข็บ ดังนั้น ในการพิจารณาค่าความดันใช้งานก็ต้องเพิ่มขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพของรอยต่อด้วย





รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)

ถ้าให้ η_c = ประสิทธิภาพของตะเข็บตามแนวเส้นรอบวง (%)

η_L = ประสิทธิภาพของตะเข็บตามแนวยาว (%)

จะได้ ความเค้นในแนวเส้นรอบวง (σ_H) = $\frac{Pr}{t\eta_L}$

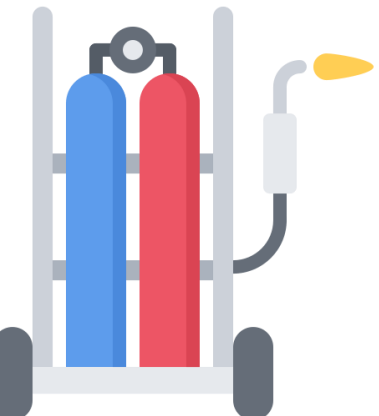
$$\therefore \text{ค่าความดันใช้งาน (P)} = \frac{t\sigma_H\eta_L}{r} \dots\dots\dots ⑦$$

และ ความเค้นในแนวยาว (σ_L) = $\frac{Pr}{2t\eta_c}$

$$\therefore \text{ค่าความดันใช้งาน (P)} = \frac{2t\sigma_L\eta_c}{r} \dots\dots\dots ⑧$$

หมายเหตุ

1. ค่าความดันจากสมการที่ ⑦ คัดจากความเค้นตามแนวขวาง ซึ่งทำให้ภาชนะขาดตามแนวยาว ดังนั้น ต้องใช้ η_L
2. ค่าความดันจากสมการที่ ⑧ คัดจากความเค้นตามแนวยาว ซึ่งทำให้ภาชนะขาดตามแนวเส้นรอบวง ดังนั้น ต้องใช้ η_c





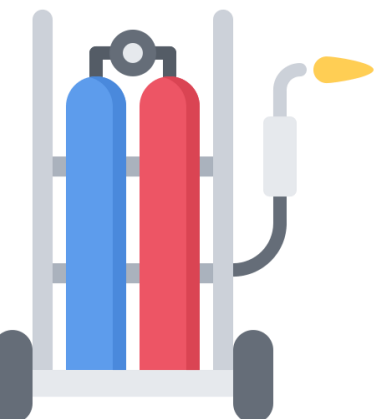
รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)

ตัวอย่างที่ 2.1 จงหาความเค้นตามแนวเส้นรอบวง และความเค้นตามแนวยาวของทรงกระบอกเหล็กกลมกลวง อันหนึ่ง ซึ่งมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 120 มิลลิเมตร มีผนังหนา 4 มิลลิเมตร และอยู่ภายใต้ความดันภายใน 12 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร

วิธีทำ	จากสูตร	$\sigma_H = \frac{Pr}{t}$
	เมื่อ	$\sigma_H = ?$
		$P = 12 \text{ N/mm}^2$
		$R = \frac{120 + 4}{2} = 62 \text{ mm}$
		$T = 4 \text{ mm}$
แทนค่า		$\sigma_H = \frac{12 \times 62}{4}$
		$= 186 \text{ N/mm}^2$

$\therefore$ ความเค้นตามแนวเส้นรอบวง = 186 N/mm^2

ตอบ





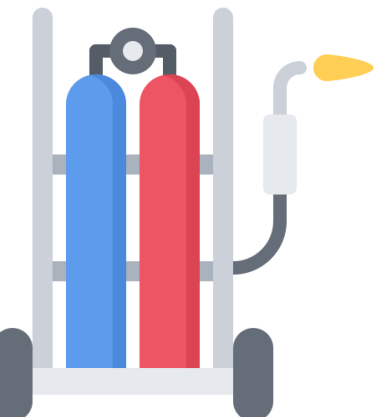
รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)

ตัวอย่างที่ 2.1 จงหาความเค้นตามแนวเส้นรอบวง และความเค้นตามแนวยาวของทรงกระบอกเหล็กกลมกลวง อันหนึ่ง ซึ่งมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 120 มิลลิเมตร มีผนังหนา 4 มิลลิเมตร และอยู่ภายใต้ความดันภายใน 12 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad \sigma_L &= \frac{Pr}{2t} \\ \text{แทนค่า} \quad \sigma_L &= \frac{12 \times 62}{2 \times 4} \\ &= 93 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ความเค้นตามแนวยาว} = 93 \text{ N/mm}^2$$

ตอบ





รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)

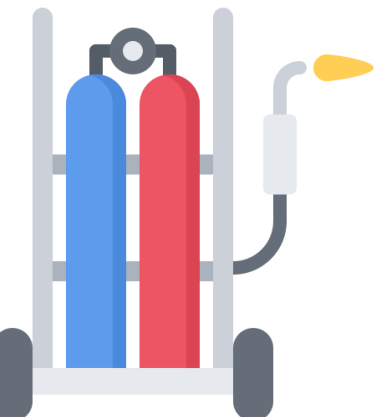
ตัวอย่างที่ 2.2 จงหาความดันภายในทรงกระบอกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย 280 มิลลิเมตร หนา 3 มิลลิเมตร ถ้าความเค้นตามแนวเส้นรอบวงห้ามเกิน 120 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร

วิธีทำ	จากสูตร	$\sigma_H = \frac{Pr}{t}$	, $P = \frac{\sigma_H t}{r}$
	เมื่อ	$P = ?$	
		$\sigma_H = 120 \text{ N/mm}^2$	
		$r = \frac{280}{2} = 140 \text{ mm}$	
		$t = 3 \text{ mm}$	

แทนค่า	$P = \frac{120 \times 3}{140}$
	$= 2.57 \text{ N/mm}^2$

$\therefore$ ความดันภายในที่เกิดขึ้น $= 2.57 \text{ N/mm}^2$

ตอบ





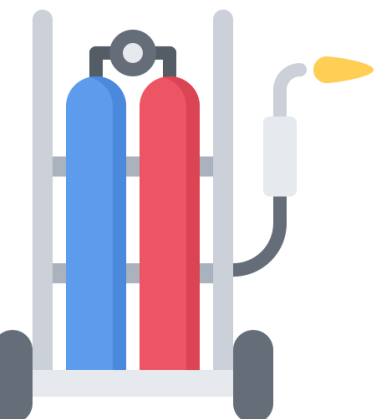
รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)

ตัวอย่างที่ 2.3 จงหาความเค้นตามแนวเส้นรอบวง ความเค้นตามแนวยาว และหาค่าความปลอดภัยของ
ทรงกระบอกผนังบาง ซึ่งรับความดันภายใน 5.5 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร และทรงกระบอกมีขนาดเส้น
ผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย 0.8 เมตร ทาจากวัสดุหนา 25 มิลลิเมตร กำหนดให้ความเค้นสูงสุดของทรงกระบอก
เท่ากับ 560 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร

วิธีทำ	จากสูตร	σ_H	=	$\frac{Pr}{t}$
	เมื่อ	σ_H	=	?
		P	=	5.5 N/mm ²
		r	=	$\frac{800}{2} = 400 \text{ mm}$
		t	=	25 mm
	แทนค่า	σ_H	=	$\frac{5.5 \times 400}{25}$
			=	88 N/mm ²

$\therefore$ ความเค้นตามแนวเส้นรอบวง = 88 N/mm²

ตอบ





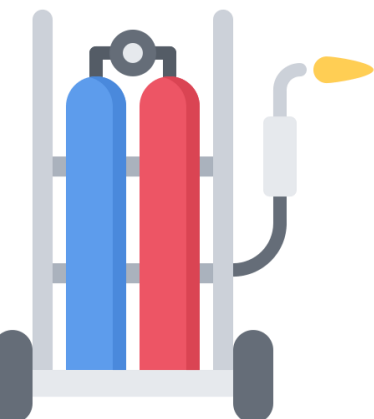
รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)

ตัวอย่างที่ 2.3 จงหาความเค้นตามแนวเส้นรอบวง ความเค้นตามแนวยาว และหาค่าความปลอดภัยของทรงกระบอกผนังบาง ซึ่งรับความดันภายใน 5.5 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร และทรงกระบอกมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย 0.8 เมตร ทาจากวัสดุหนา 25 มิลลิเมตร กำหนดให้ความเค้นสูงสุดของทรงกระบอกเท่ากับ 560 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad \sigma_L &= \frac{Pr}{2t} \\ \text{แทนค่า} \quad \sigma_L &= \frac{5.5 \times 400}{2 \times 25} \\ &= 44 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ความเค้นตามแนวยาว} = 44 \text{ N/mm}^2$$

ตอบ





รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)

ตัวอย่างที่ 2.4 จงหาความดันใช้งานของหม้อต้มน้ำรูปทรงกระบอก ก จากวัสดุหนา 18 มิลลิเมตร ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย 2.2 เมตร วัสดุที่ใช้ท ามีความเค้นดึงสูงสุด 860 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร ถ้าประสิทธิภาพตามแนวเส้นรอบวง (η_c) เท่ากับ 54% และประสิทธิภาพตามแนวยาว (η_L) เท่ากับ 84 % ใช้ค่าความปลอดภัย เท่ากับ 4

วิธีทำ	จากสูตร	N	$=$	$\frac{\sigma_u}{\sigma_w}$	,	σ_w	$=$	$\frac{\sigma_u}{N}$
--------	---------	-----	-----	-----------------------------	---	------------	-----	----------------------

เมื่อ

$$\sigma_w = ?$$

$$\sigma_u = 860 \text{ N/mm}^2$$

$$N = 4$$

$$\eta_c = 54 \%$$

$$\eta_L = 84 \%$$

$$t = 18 \text{ mm}$$

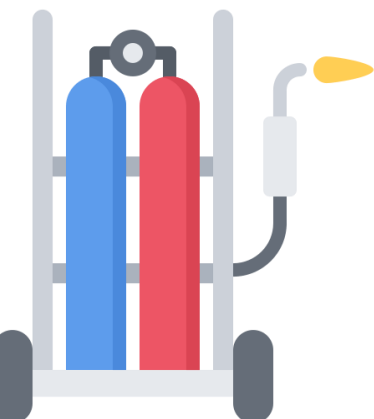
$$r = \frac{2,200}{2} = 1,100 \text{ mm}$$

แทนค่า

$$\begin{aligned}\sigma_w &= \frac{860}{4} \\ &= 215 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ค่าความเค้นใช้งาน} = 215 \text{ N/mm}^2$$

ตอบ





รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)

ตัวอย่างที่ 2.4 จงหาความดันใช้งานของหม้อต้มน้ำรูปทรงกระบอก ก จากวัสดุหนา 18 มิลลิเมตร ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย 2.2 เมตร วัสดุที่ใช้ก ามีความเค้นดึงสูงสุด 860 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร ถ้าประสิทธิภาพตามแนวเส้นรอบวง (η_c) เท่ากับ 54% และประสิทธิภาพตามแนวยาว (η_l) เท่ากับ 84 % ใช้ค่าความปลอดภัย เท่ากับ 4

พิจารณาตามแนวเส้นรอบวง

$$\begin{aligned}\text{จากสูตร} \quad P &= \frac{t \sigma_H \eta_L}{r} \\ &= \frac{18 \times 215 \times 0.84}{1,100}\end{aligned}$$

$$\text{ค่าความดันใช้งาน} = 2.96 \text{ N/mm}^2$$

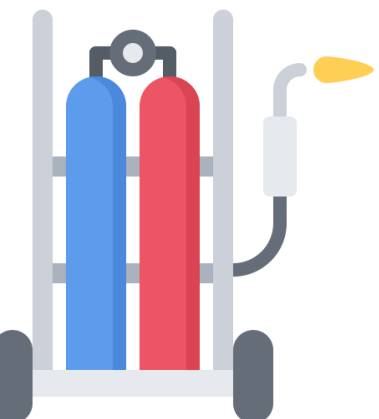
พิจารณาตามแนวยาว

$$\begin{aligned}\text{จากสูตร} \quad P &= \frac{2t \sigma_L \eta_c}{r} \\ &= \frac{2 \times 18 \times 215 \times 0.54}{1,100}\end{aligned}$$

$$\text{ค่าความดันใช้งาน} = 3.80 \text{ N/mm}^2$$

$$\therefore \text{ความดันใช้งานของหม้อต้ม} = 2.96 \text{ N/mm}^2$$

ตอบ

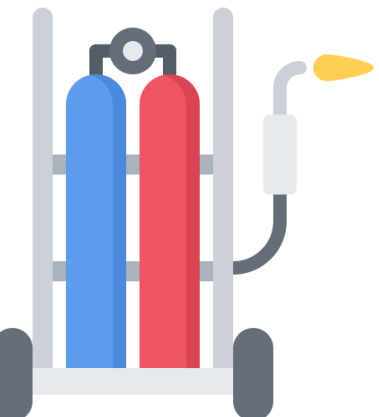




รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)

ตัวอย่างที่ 2.5 จงหาความดันภายในสูงสุดของถังเหล็กทรงกลม หนา 22 มิลลิเมตร ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก 2,500 มิลลิเมตร และมีค่าความเค้นใช้งานเท่ากับ 160 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร

วิธีทำ	จากสูตร	$\sigma = \frac{Pr}{2t}$	,	$P = \frac{2t\sigma}{r}$
	เมื่อ	$P = ?$		
		$\sigma = 160 \text{ N/mm}^2$		
		$r = \frac{2,500 - 22}{2} = 1,239 \text{ mm}$		
		$t = 22 \text{ mm}$		
	แทนค่า	$P = \frac{2 \times 22 \times 160}{1,239}$		
		$= 5.68 \text{ N/mm}^2$		
		$\therefore$ ความดันภายในถังทรงกลม $= 5.68 \text{ N/mm}^2$		ตอบ





รูปทรงกลมผนังบางอยู่ภายใต้ความดันภายใน (Thin Spherical Shell)

ตัวอย่างที่ 2.6 จงหาความหนาของถังเหล็กทรงกลม ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย 680 มิลลิเมตร เมื่ออยู่ภายใต้ความดันภายใน 4.5 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร ถ้าความเค้นใช้งาน ห้ามเกิน 175 นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร

วิธีทำ	จากสูตร	σ	=	$\frac{Pr}{2t}$	,	t	=	$\frac{Pr}{2\sigma}$
--------	---------	----------	---	-----------------	---	-----	---	----------------------

เมื่อ

$$t = ?$$

$$\sigma = 175 \text{ N/mm}^2$$

$$r = \frac{680}{2} = 340 \text{ mm}$$

$$P = 4.5 \text{ mm}$$

แทนค่า

$$t = \frac{4.5 \times 340}{2 \times 175}$$

$$= 4.37 \text{ mm}$$

$$\therefore \text{ความหนาของถังเหล็ก} = 4.37 \text{ mm}$$

ตอบ

