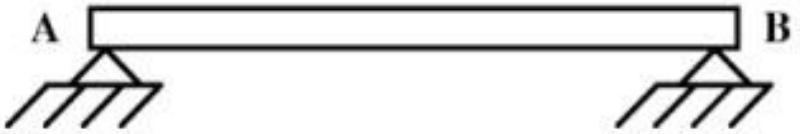
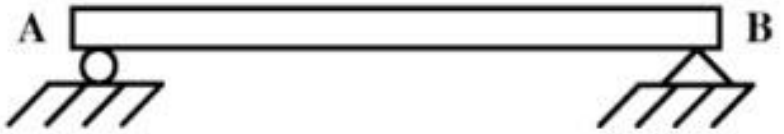
4 แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

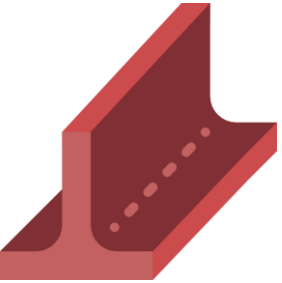
ชนิดของคาน

คานสามารถแบ่งออกได้หลายชนิดตามลักษณะของปลายยึดที่ถูกรองรับ ดังนี้

1. คานช่วงเดียวหรือคานแบบง่าย (Simple Beam or Simply Supported) คือ คานที่มีจุดรองรับที่ปลายทั้งสองเป็นแบบยึดหมุน เมื่อคานมีแรงมากระทาที่จุดรองรับทั้งสอง จะเกิดแรงปฏิกิริยา ดังรูป



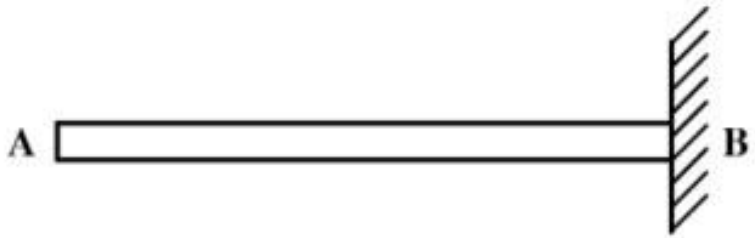




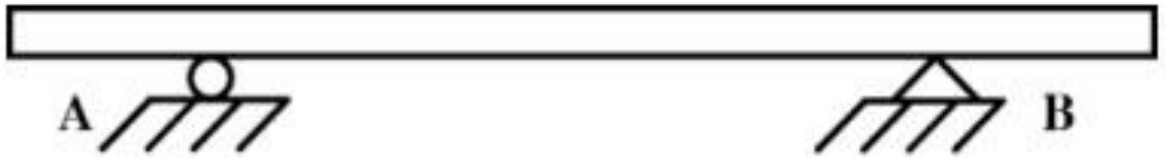
ชนิดของคาน

คานสามารถแบ่งออกได้หลายชนิดตามลักษณะของปลายยึดที่ถูกรองรับ ดังนี้

2. คานยื่น (Cantilever Beam) คือ คานที่มีจุดรองรับด้านหนึ่งถูกยึดแน่น ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งถูกปล่อยยื่นอิสระออกมา เมื่อคานมีแรงมากระท าจะเกิดทั้งแรงปฏิกิริยาและโมเมนต์ขึ้นที่จุดยึดแน่น ดังรูป



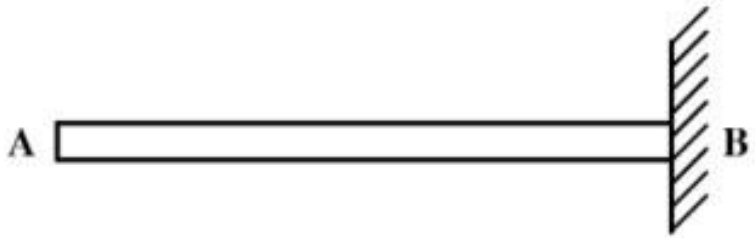
3. คานช่วงเดียวปลายยื่น (Overhanging Beam) คือ คานที่มีจุดรองรับทั้งสองคล้ายคานช่วงเดียว แต่จะมีปลายคานด้านใดด้านหนึ่งหรือทั้งสองข้างยื่นออกจากจุดรองรับไป ดังรูป



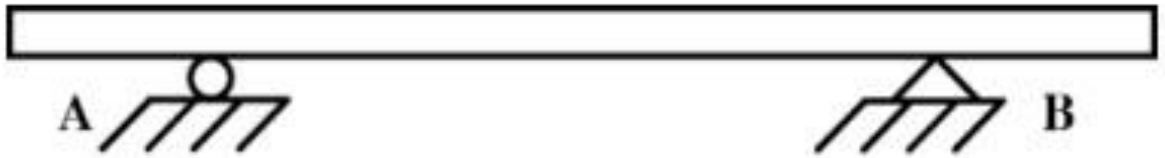
ชนิดของคาน

คานสามารถแบ่งออกได้หลายชนิดตามลักษณะของปลายยึดที่ถูกรองรับ ดังนี้

2. คานยื่น (Cantilever Beam) คือ คานที่มีจุดรองรับด้านหนึ่งถูกยึดแน่น ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งถูกปล่อยยื่นอิสระออกมา เมื่อคานมีแรงมากระท าจะเกิดทั้งแรงปฏิกิริยาและโมเมนต์ขึ้นที่จุดยึดแน่น ดังรูป



3. คานช่วงเดียวปลายยื่น (Overhanging Beam) คือ คานที่มีจุดรองรับทั้งสองคล้ายคานช่วงเดียว แต่จะมีปลายคานด้านใดด้านหนึ่งหรือทั้งสองข้างยื่นออกจากจุดรองรับไป ดังรูป

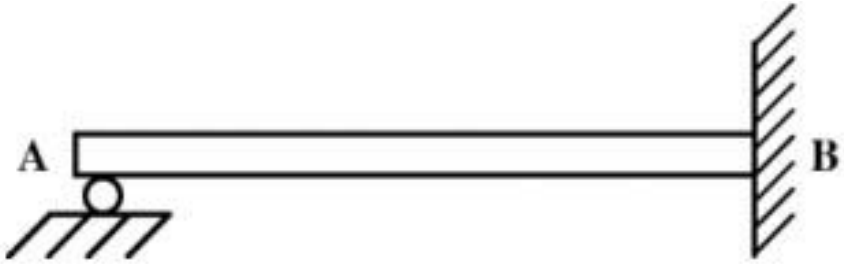


ชนิดของคาน

คานสามารถแบ่งออกได้หลายชนิดตามลักษณะของปลายยึดที่ถูกรองรับ ดังนี้

4. คานปลายทั้งสองข้างยึดแน่น (Fixed-Ended Beam) คือ คานที่มีปลายทั้งสองด้านของคานเป็นแบบยึดแน่นหรือฝังแน่น ดังรูป

5. คานแบบปลายหนึ่งยึดแน่น ส่วนอีกปลายหนึ่งยึดหมุน (Propped Beam) คือ คานที่มีปลายหนึ่งเป็นแบบยึดแน่น ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งจะอยู่บนจุดรองรับ ดังรูป



ชนิดของคาน

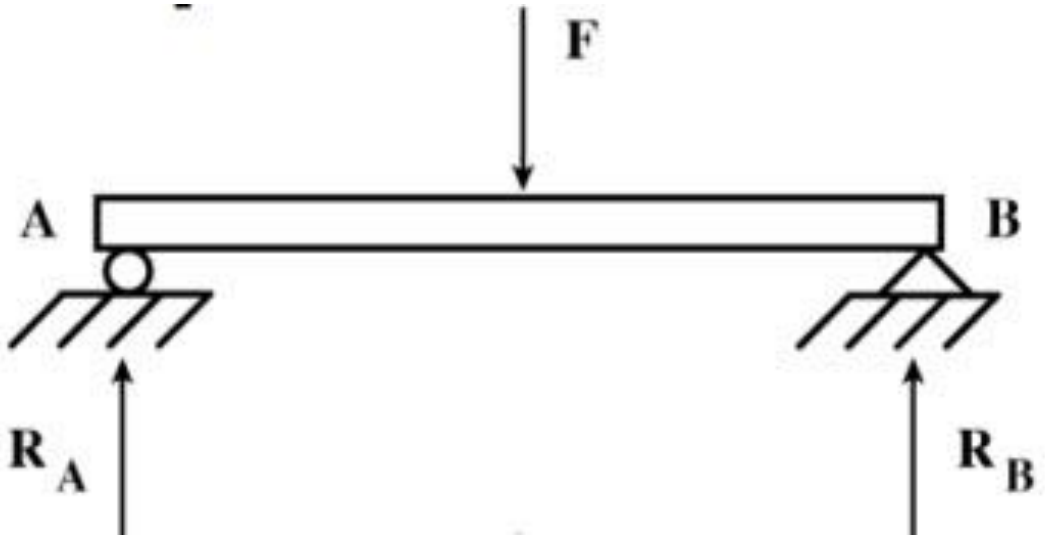
คานสามารถแบ่งออกได้หลายชนิดตามลักษณะของปลายยึดที่ถูกรองรับ ดังนี้

6.คานแบบต่อเนื่อง (Continuous Beam) คือ คานที่มีจุดรองรับทั้งหมดมากกว่าสองแห่ง ดังรูป

ชนิดของแรงหรือน้ำหนักที่กระทำบนคาน

แรงหรือน้ำหนักที่กระทาบนคานสามารถแบ่งได้ 4 ชนิด คือ

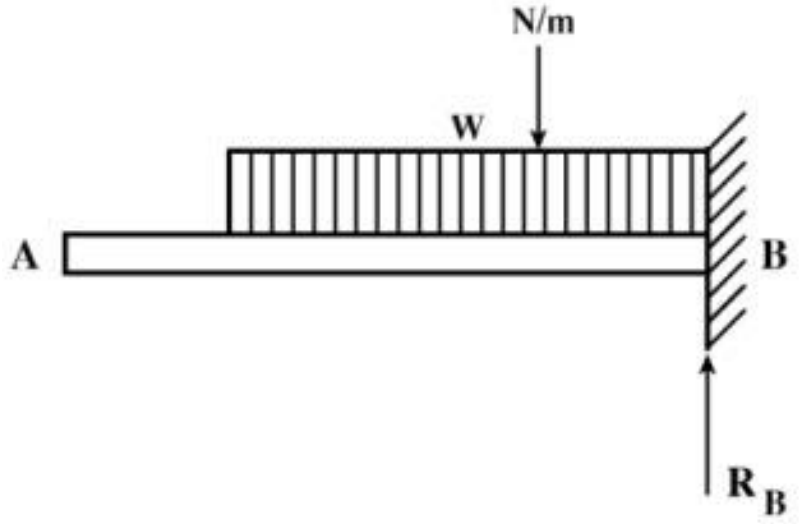
1. แรงที่กระทาเป็นจุด (Point Load or Concentrated Load) คือ แรงหรือน้ำหนักที่กระทาลงบนคานที่จุดใดจุดหนึ่ง ดังรูป



ชนิดของแรงหรือน้ำหนักที่กระทำบนคาน

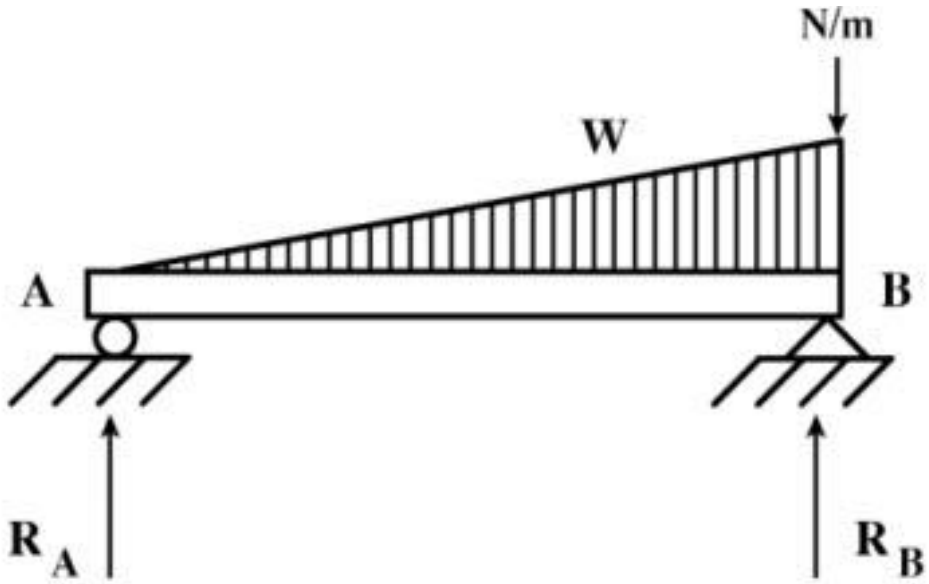
2. แรงที่กระท าบนคานแบบกระจาย (Distributed Load) คือ แรงหรือน้ำหนักที่กระทาบนคานที่กระจายไปตามแนวความยาวของคาน อาจเป็นบางส่วนหรือทั้งหมดของคาน แรงกระจายแบบนี้สามารถแบ่งได้ 2 แบบ คือ

2.1 แรงที่กระจายแบบสม่าเสมอ (Uniformly Distributed Load) แรงนี้จะกระทาบนคานกระจายไปตลอดพื้นที่ของคานหรือบางส่วนอย่างสม่าเสมอ ดังรูป



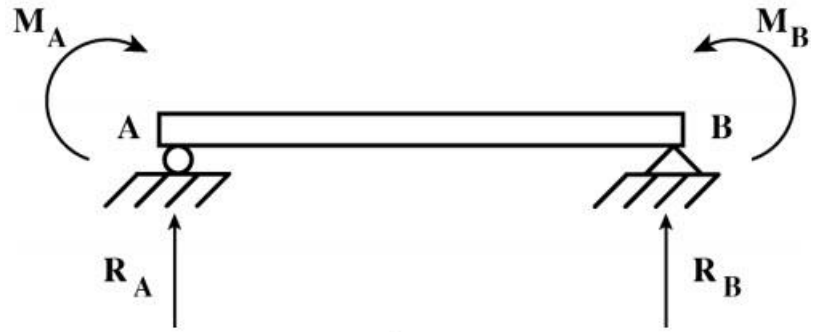
ชนิดของแรงหรือน้ำหนักที่กระทำบนคาน

2.2 แรงที่กระจายเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ (Non-Uniformly Distributed Load) แรงนี้จะกระทาบนคานกระจายไปตลอดพื้นที่ของคานหรือบางส่วนอย่างไม่สม่ำเสมอ ดังรูป

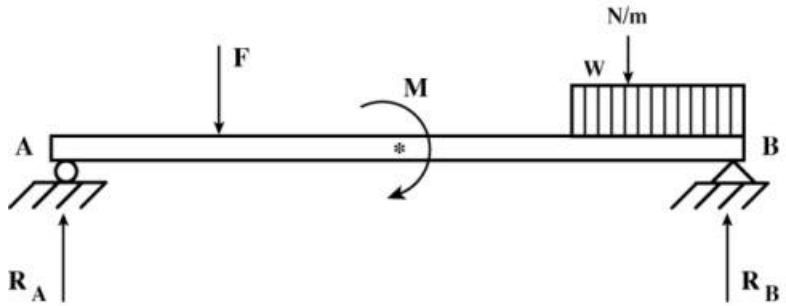


ชนิดของแรงหรือน้ำหนักที่กระทำบนคาน

3. โมเมนต์ (Moment) คือ แรงที่พยายามจะทาให้คานเกิดการหมุนบนคานนั้น ดังรูป



3.แรงรวม (Combined Load) คือ แรงที่รวมกันกระท าบนคานระหว่างแรงทั้ง 2 ประเภทหรือ 3 ประเภทที่กล่าวมาแล้วก็ได้ ดังรูป

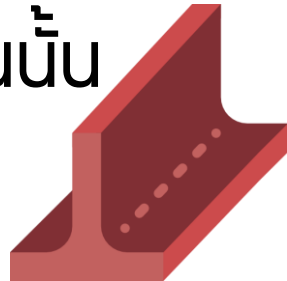


แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

แรงเฉือน (Shearing Force ; S.F.) คือ ผลรวมของแรงในแนวดิ่งรวมจากปลายคานด้านใดด้านหนึ่งหรือทั้งสองด้านมายังจุดจุดหนึ่งบนคาน ซึ่งแรงเฉือนจะทาให้คานที่รับแรงนี้ถูกเฉือนขาดในแนวดิ่ง และแทนค่าแรงเฉือนในแนวดิ่งด้วย V (Vertical Shear)

โมเมนต์ดัด (Bending Moment ; B.M.) คือ ผลรวมของโมเมนต์ดัดในแนวดิ่งรอบจุดจุดหนึ่งบนคาน โดยคิดจากปลายคานด้านใดด้านหนึ่งหรือทั้งสองด้านมายังจุดจุดหนึ่งบนคาน และแทนค่าโมเมนต์ด้วย M (Moment)

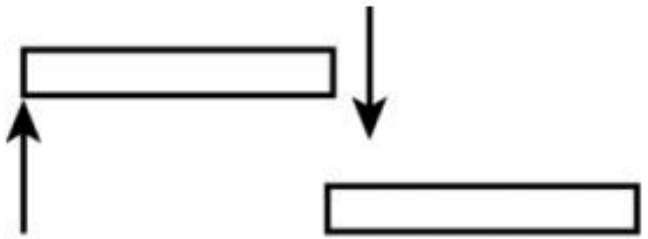
แผนภาพของแรงเฉือน (Shearing Force Diagram ; SFD) คือ แผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนกับความยาวของคาน โดยค่าทางแกน X จะเป็นระยะทางความยาวของคานและค่าทางแกน Y จะเป็นค่าของแรงเฉือนในแนวดิ่งที่หน้าตัดใด ๆ ของคานนั้น

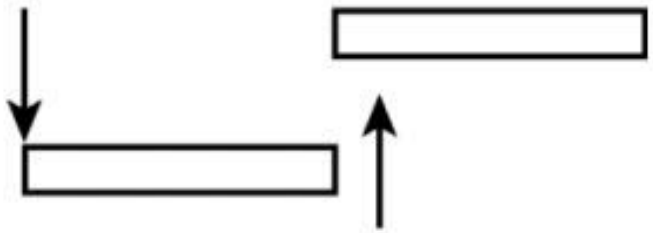


แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

แผนภาพของโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram ; BMD) คือ แผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดกับความยาวของคาน โดยมีค่าทางแกน X จะเป็นระยะทางความยาวของคาน และค่าทางแกน Y จะเป็นค่าของโมเมนต์ดัดที่หน้าตัดใด ๆ ของคานนั้น

เครื่องหมายของแรงเฉือน (Sign of Shear) เมื่อพิจารณาคานทางด้านซ้ายมือเป็นจุดเริ่มต้นในการคานวณ แรงใดที่มีทิศทางขึ้นเครื่องหมายของแรงเฉือนจะมีค่าเป็นบวก (+) และแรงใดที่มีทิศทางลงจะมีเครื่องหมายของแรงเฉือนเป็นลบ (-)

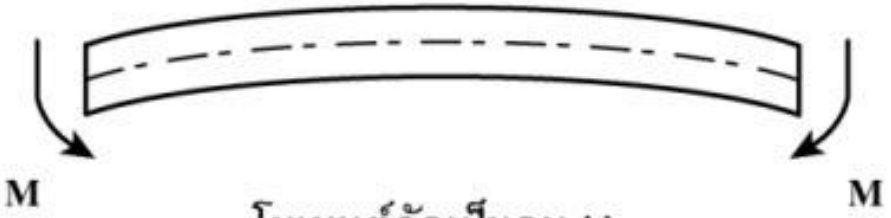




แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

เครื่องหมายของโมเมนต์ดัด (Sign of Bending Moment) เมื่อพิจารณาโมเมนต์ดัดใด ๆ ก็ตามที่ท าให้คานเกิดการแอ่นตัวหรือโก่งงอลงด้านล่าง ให้เป็นเครื่องหมายโมเมนต์ดัดบวก (+)และในทางกลับกันถ้าโมเมนต์ดัดใด ๆ ก็ตามที่ท าให้คานนั้นโก่งงอขึ้นด้านบน ให้เป็นเครื่องหมายโมเมนต์ดัดลบ (-)

โมเมนต์ดัดเป็นบวก (+)



โมเมนต์ดัดเป็นลบ (-)

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

หลักในการคานวณหาแรงเฉือน (S.F.) และโมเมนต์ดัด (B.M.) ในคาน

1. หาแรงปฏิกิริยาที่กระทำบนคาน

   ($\sum M = 0$) สำหรับคานทุกชนิด (ยกเว้นคานยื่น)

   ($\sum F_y = 0$) สำหรับคานยื่น

2. แบ่งระยะของคานแต่ละช่วงที่มีแรงมากระทำ โดยเริ่มจากทางซ้ายมือ

   ($V = \sum F_y$) สำหรับหาค่าแรงเฉือน

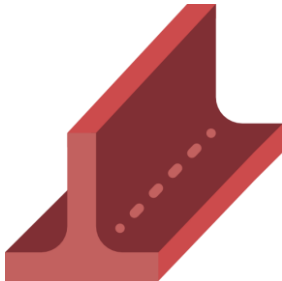
   ($M = \sum M$) สำหรับหาค่าโมเมนต์ดัด

3. นำค่าที่ได้จากการคำนวณไปเขียนแผนภาพแรงเฉือน (SFD) และแผนภาพโมเมนต์ดัด (BMD)

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

วิธีการเขียนแผนภาพแรงเฉือน (SFD) และแผนภาพโมเมนต์ดัด (BMD)

1. ช่วงของคานที่มีแรงกระท าเป็นจุด (Point Load)
   - SFD จะเป็นเส้นตรงในแนวระดับขนานกับแนวแกน X
   - BMD จะเป็นเส้นตรงที่เอียงขึ้นหรือลงตามการเปลี่ยนแปลงของโมเมนต์
2. แรงที่กระทาแบบกระจายสม่าเสมอ (Uniformly Load)
   - SFD จะเป็นเส้นตรงที่เอียงขึ้นหรือลง
   - BMD จะเป็นเส้นโค้งพาราโบล่า
3. ตรงที่จุด SFD มีค่าเป็นศูนย์ ค่า BMD จะเป็นค่าสูงสุดหรือต่าสุด
4. ตาแหน่งของแรงเฉือนสูงสุด ส่วนใหญ่จะเกิดขึ้นที่จุดรองรับ



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

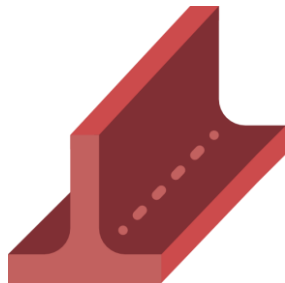
5. ตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด จะเกิดขึ้นที่ค่าของแรงเฉือนเปลี่ยนจากค่าบวก (+) เป็นค่าลบ (-)

6. ตาแหน่งของโมเมนต์ดัดต่าสุด จะเกิดขึ้นที่ค่าของแรงเฉือนเปลี่ยนจากค่าลบ (-) เป็นค่าบวก (+)

7. ในกรณีที่มีแรงกระทาเป็นจุด (Point Load) กระทาอยู่ด้วยขนาดสูงสุดของโมเมนต์ดัด (B.M.) จะเกิดขึ้นที่จุดของแรงกระทาเป็นจุด (Point Load) กระทาอยู่ (ยกเว้นคานแบบยื่น)

8. ขนาดสูงสุดของโมเมนต์ดัดในคานยื่น จะเกิดขึ้นที่ต่าแหน่งปลายคานที่ถูกยึด

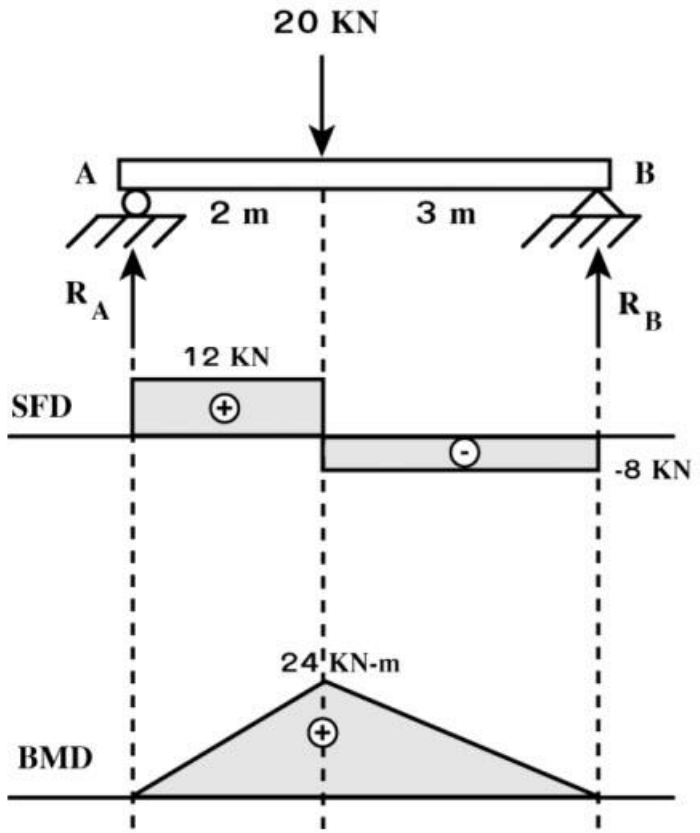
9. ที่จุด BMD มีค่าเป็นศูนย์ หรือที่จุดโมเมนต์ดัดเปลี่ยนเครื่องหมาย ความโก่งของคานจะเปลี่ยนจากโค้งขึ้นเป็นโค้งลง หรือในทางกลับกัน จุดนี้เรียกว่า จุดดัดกลับ (Point of Inflection)



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.1 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวยาว 5 เมตร รับแรง 20 กิโลนิวตัน (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

วิธีทำ



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.1 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวยาว 5 เมตร รับแรง 20 กิโลนิวตัน (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

หาแรงปฏิกิริยาที่จุด A และ B

จาก $\sum M_A = 0$

$(20 \times 2) - 5R_B = 0$

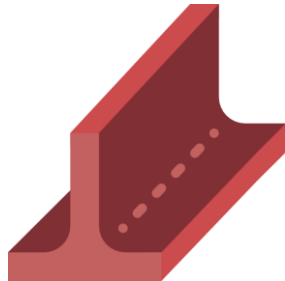
$40 \text{ KN-m} = 5R_B$

$\frac{40}{5} = R_B = 8 \text{ KN}$

จาก $R_{รวม} = R_A + R_B$

$20 = R_A + 8$

$20 - 8 = R_A = 12 \text{ KN}$



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.1 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวยาว 5 เมตร รับแรง 20 กิโลนิวตัน (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $0 < x < 2$

$V = R_A = 12$ KN

$M = 12(x)$ KN-m

ถ้า $x = 0$, $M = 12(0) = 0$ KN-m

ถ้า $x = 2$, $M = 12(2) = 24$ KN-m

ที่ระยะ $2 < x < 5$

$V = 12 - 20 = -8$ KN

$M = 12(x) - 20(x-2)$ KN-m

ถ้า $x = 2$, $M = 12(2) - 20(2-2) = 24$ KN-m

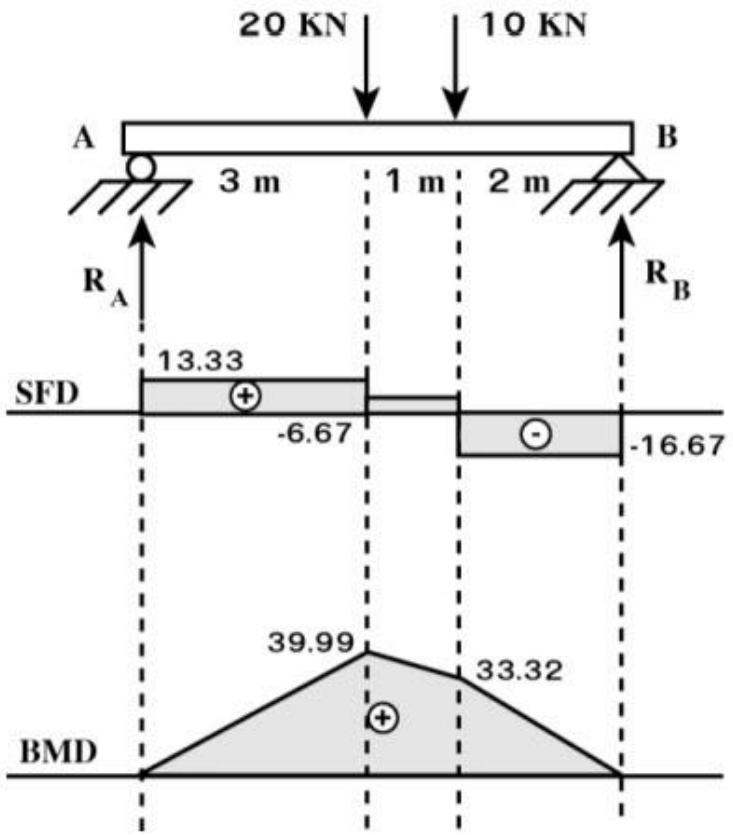
ถ้า $x = 5$, $M = 12(2) - 20(5-2) = 0$ KN-m

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดมีขนาดเท่ากับ 24 กิโลนิวตัน-เมตร
กระทำห่างจากจุด A ไปทางขวามือ 2 เมตร **ตอบ**

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.2 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว มีแรงมากระท า (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

วิธีทำ



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.2 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว มีแรงมากระท า (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

หาแรงปฏิกิริยาที่จุด A และ B

จาก $\sum M_A = 0$

$(20 \times 3) + (10 \times 4) - 6R_B = 0$

$60 + 40 \text{ KN-m} = 6R_B$

$\frac{100}{6} = R_B = 16.67 \text{ KN}$

จาก $R_{รวม} = R_A + R_B$

$30 = R_A + 16.67$

$30 - 16.67 = R_A = 13.33 \text{ KN}$

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.2 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว มีแรงมากระท า (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $0 < x < 3$

$V = R_A = 13.33$ KN

$M = 13.33\,(x)$ KN-m

ถ้า $x = 0$, $M = 13.33\,(0) = 0$ KN-m

ถ้า $x = 3$, $M = 13.33\,(3) = 39.99$ KN-m

ที่ระยะ $3 < x < 4$

$V = 13.33 - 20 = -6.67$ KN

$M = 13.33\,(x) - 20\,(x - 3)$ KN-m

ถ้า $x = 3$, $M = 13.33\,(3) - 20\,(3 - 3) = 39.99$ KN-m

ถ้า $x = 4$, $M = 13.33\,(4) - 20\,(4 - 3) = 33.32$ KN-m

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.2 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว มีแรงมากระท า (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $4 < x < 6$

$$V = 13.33 - 20 - 10 = -6.67 \text{ KN}$$

$$M = 13.33(x) - 20(x - 3) - 10(x - 4) \text{ KN-m}$$

ถ้า $x = 4$, $M = 13.33(4) - 20(4 - 3) - 10(4 - 4) = 33.32$ KN-m

ถ้า $x = 6$, $M = 13.33(6) - 20(6 - 3) - 10(6 - 4) = 0$ KN-m

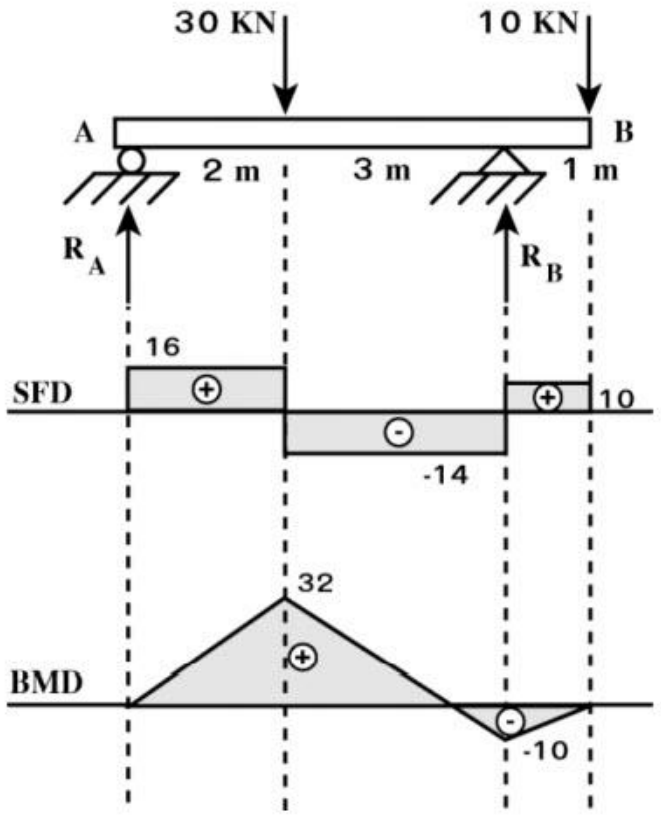
$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดมีขนาดเท่ากับ 39.99 กิโลนิวตัน-เมตร

กระทำห่างจากจุด A ไปทางขวามือ 3 เมตร **ตอบ**

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.3จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวปลายยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

วิธีทำ



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.3จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวปลายยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

หาแรงปฏิกิริยาที่จุด A และ B

จาก $\sum M_A = 0$

$(30 \times 3) + (10 \times 6) - 5R_B = 0$

$60 + 460 \text{ KN-m} = 5R_B$

$\frac{120}{5} = R_B = 24 \text{ KN}$

จาก $R_{รวม} = R_A + R_B$

$40 = R_A + 24$

$40 - 24 = R_A = 16 \text{ KN}$

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.3จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวปลายยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $0 < x < 2$

$V = R_A = 16$ KN

$M = 16\,(x)$ KN-m

ถ้า $x = 0$, $M = 16\,(0) = 0$ KN-m

ถ้า $x = 2$, $M = 16\,(2) = 32$ KN-m

ที่ระยะ $2 < x < 5$

$V = 16 - 30 = -14$ KN

$M = 16\,(x) - 30\,(x - 2)$ KN-m

ถ้า $x = 2$, $M = 16\,(2) - 30\,(2 - 2) = 32$ KN-m

ถ้า $x = 5$, $M = 16\,(5) - 30\,(5 - 2) = -10$ KN-m

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.3จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวปลายยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $5 < x < 6$

$$V = 16 - 30 + 24 = 10 \text{ KN}$$

$$M = 16(x) - 30(x - 2) + 24(x - 5) \text{ KN-m}$$

ถ้า $x = 5$, $M = 16(5) - 30(5 - 2) + 24(5 - 5) = -10$ KN-m

ถ้า $x = 6$, $M = 16(6) - 30(6 - 2) + 24(6 - 5) = 0$ KN-m

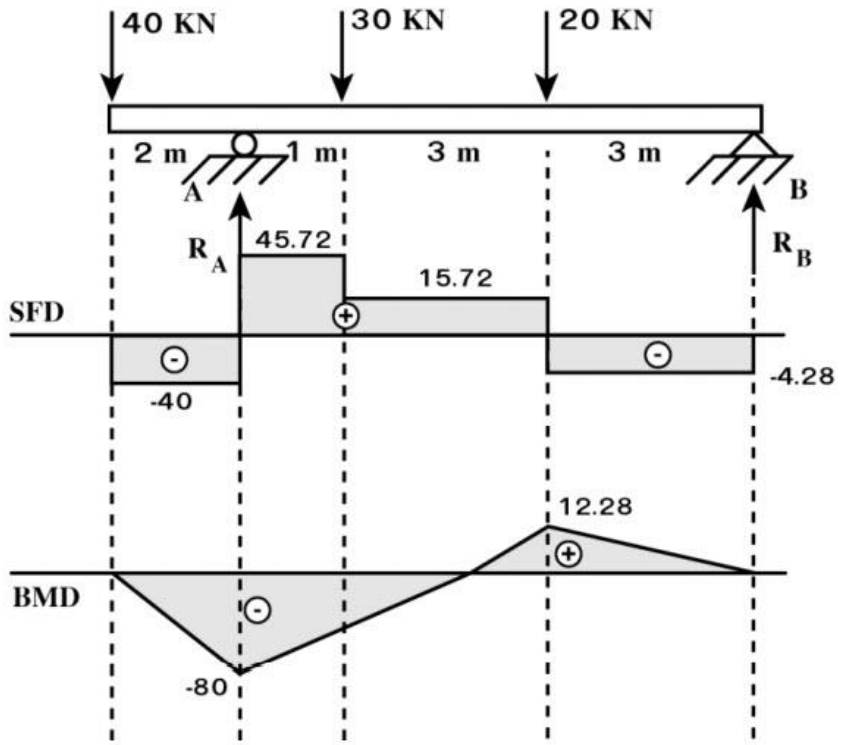
$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดมีขนาดเท่ากับ 32 กิโลนิวตัน-เมตร

กระทำห่างจากจุด A ไปทางขวามือ 2 เมตร **ตอบ**

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.4 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวปลายยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

วิธีทำ



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.4 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวปลายยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

หาแรงปฏิกิริยาที่จุด A และ B

จาก $\sum M_A = 0$

$(30 \times 1) + (20 \times 4) - (40 \times 2) - R_B = 0$

$120 + 80 \text{ KN-m} = 7R_B$

$\frac{30}{7} = R_B = 4.28 \text{ KN}$

จาก $R_{รวม} = R_A + R_B$

$90 = R_A + 4.28$

$90 - 4.28 = R_A = 85.72 \text{ KN}$

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.4 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวปลายยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $0 < x < 2$

$V = R_A = -40$ KN

$M = -40\,(x)$ KN-m

ถ้า $x = 0$, $M = -40\,(0) = 0$ KN-m

ถ้า $x = 2$, $M = -40\,(2) = -80$ KN-m

ที่ระยะ $2 < x < 3$

$V = -40 + 85.72 = 45.72$ KN

$M = -40\,(x) + 85.72\,(x - 2)$ KN-m

ถ้า $x = 2$, $M = -40\,(2) + 8885.72\,(2 - 2) = -80$ KN-m

ถ้า $x = 3$, $M = -40\,(3) + 85.72\,(3 - 2) = -34.28$ KN-m

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.4 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวปลายยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $3 < x < 6$

$V = -40 + 85.72 - 30 = 15.72$ KN

$M = -40(x) + 85.72(x - 2) - 30(x - 3)$ KN-m

ถ้า $x = 3$, $M = -40(3) + 85.72(3 - 2) - 30(3 - 3) = -34.28$ KN-m

ถ้า $x = 6$, $M = -40(6) + 85.72(6 - 2) - 30(6 - 3) = 12.88$ KN-m

ที่ระยะ $6 < x < 9$

$V = -40 + 85.72 - 30 - 20 = -4.28$ KN

$M = -40(x) + 85.72(x - 2) - 30(x - 3) - 20(x - 6)$ KN-m

ถ้า $x = 3$, $M = -40(6) + 85.72(6 - 2) - 30(6 - 3) - 20(6 - 6) = 12.88$ KN-m

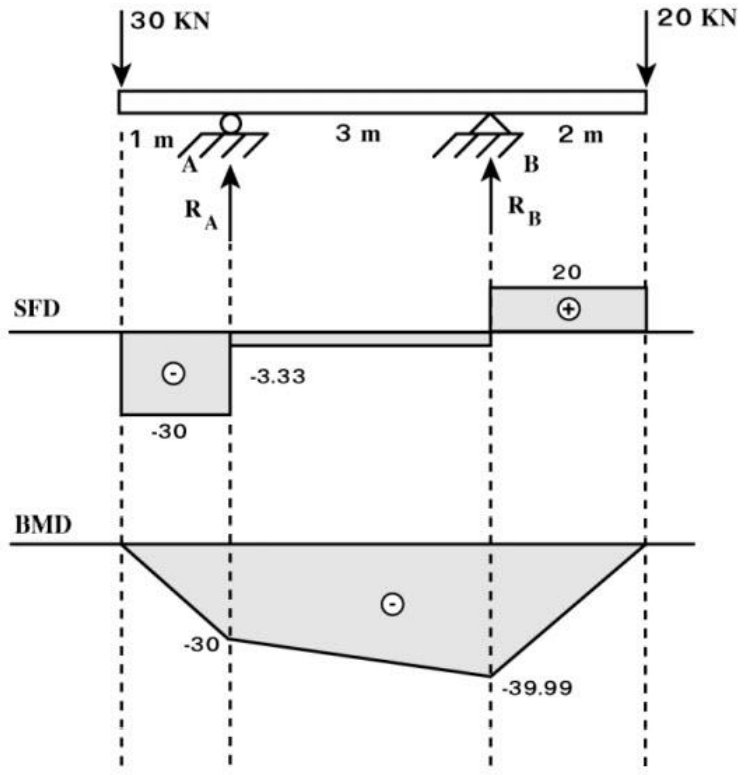
ถ้า $x = 6$, $M = -40(9) + 85.72(9 - 2) - 30(9 - 3) - 20(9 - 6) = 0$ KN-m

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดมีขนาดเท่ากับ 80 กิโลนิวตัน-เมตร กระทำที่จุด A **ตอบ**

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.5 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวปลายยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

วิธีทำ



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.5 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวปลายยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

หาแรงปฏิกิริยาที่จุด A และ B

จาก $\sum M_A = 0$

$(20 \times 5) + (30 \times 1) - 3R_B = 0$

$100 + 30 \text{ KN-m} = 3R_B$

$\frac{70}{3} = R_B = 23.33 \text{ KN}$

จาก $R_{รวม} = R_A + R_B$

$50 = R_A + 23.33$

$50 - 23.33 = R_A = 26.67 \text{ KN}$

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.5 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวปลายยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $0 < x < 1$

$V = -30$ KN

$M = -30\,(x)$ KN-m

ถ้า $x = 0$, $M = -30\,(0) = 0$ KN-m

ถ้า $x = 1$, $M = -30\,(1) = -30$ KN-m

ที่ระยะ $1 < x < 4$

$V = -30 + 26.67 = -3.33$ KN

$M = -30\,(x) + 26.67\,(x - 1)$ KN-m

ถ้า $x = 1$, $M = -30\,(1) + 26.67\,(1 - 1) = -30$ KN-m

ถ้า $x = 4$, $M = -30\,(4) + 26.67\,(4 - 1) = -39.99$ KN-m

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.5 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวปลายยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $4 < x < 6$

$$V = -30 + 26.67 + 23.33 = 20 \text{ KN}$$

$$M = -30(x) + 26.67(x - 1) + 23.33(x - 4) \text{ KN-m}$$

ถ้า $x = 4$, $M = -30(4) + 26.67(4 - 1) + 23.33(4 -) = -39.99$ KN-m

ถ้า $x = 6$, $M = -30(6) + 26.67(6 - 1) + 23.33(6 - 4) = 0$ KN-m

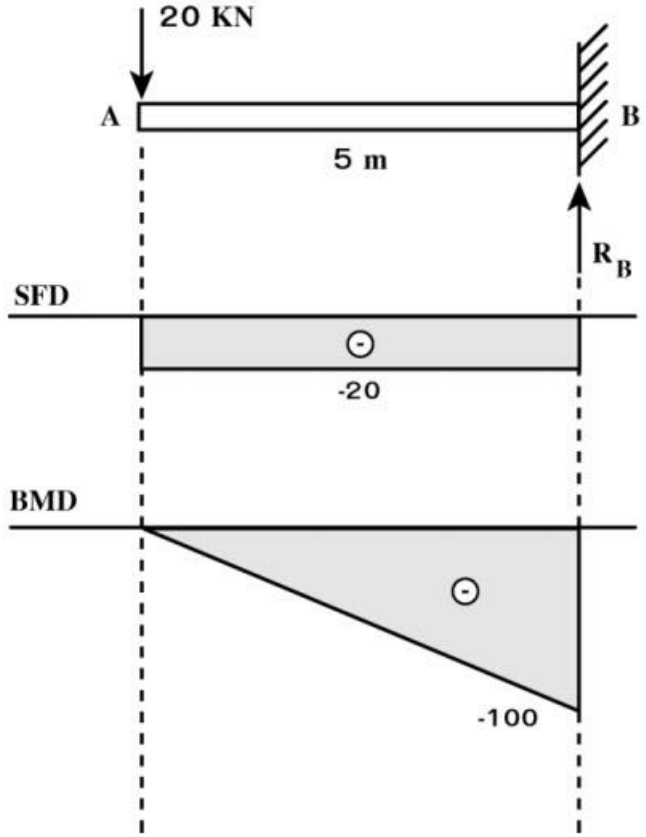
$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดมีขนาดเท่ากับ 39.99 กิโลนิวตัน-เมตร
กระทำที่จุด B

ตอบ

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.6 จงเขียน SFD และ BMD ของคานยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

วิธีทำ



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.6 จงเขียน SFD และ BMD ของคานยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $0 < x < 5$

$V = -20$ KN

$M = -2$

0 (x) KN-m

ถ้า $x = 0$, $M = -20\,(0) = 0$ KN-m

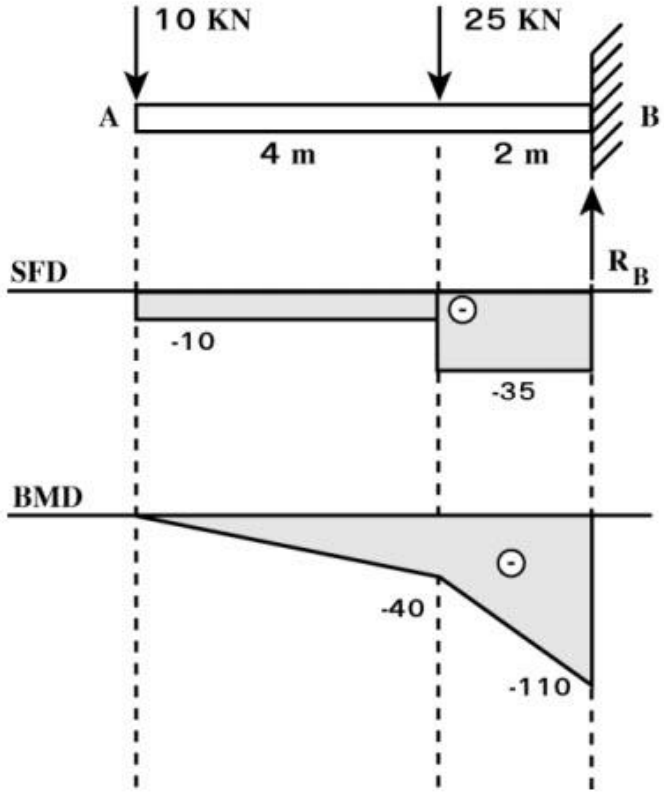
ถ้า $x = 5$, $M = -20\,(5) = -100$ KN-m

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดมีขนาดเท่ากับ 100 กิโลนิวตัน-เมตร กระทำที่จุด B ตอบ

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.7 จงเขียน SFD และ BMD ของคานยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

วิธีทำ



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.7 จงเขียน SFD และ BMD ของคานยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $0 < x < 4$

$V = -10$ KN

$M = -10(x)$ KN-m

ถ้า $x = 0$, $M = -10(0) = 0$ KN-m

ถ้า $x = 4$, $M = -10(4) = -40$ KN-m

ที่ระยะ $4 < x < 6$

$V = -10 - 25 = -35$ KN

$M = -10(x) - 25(x - 4)$ KN-m

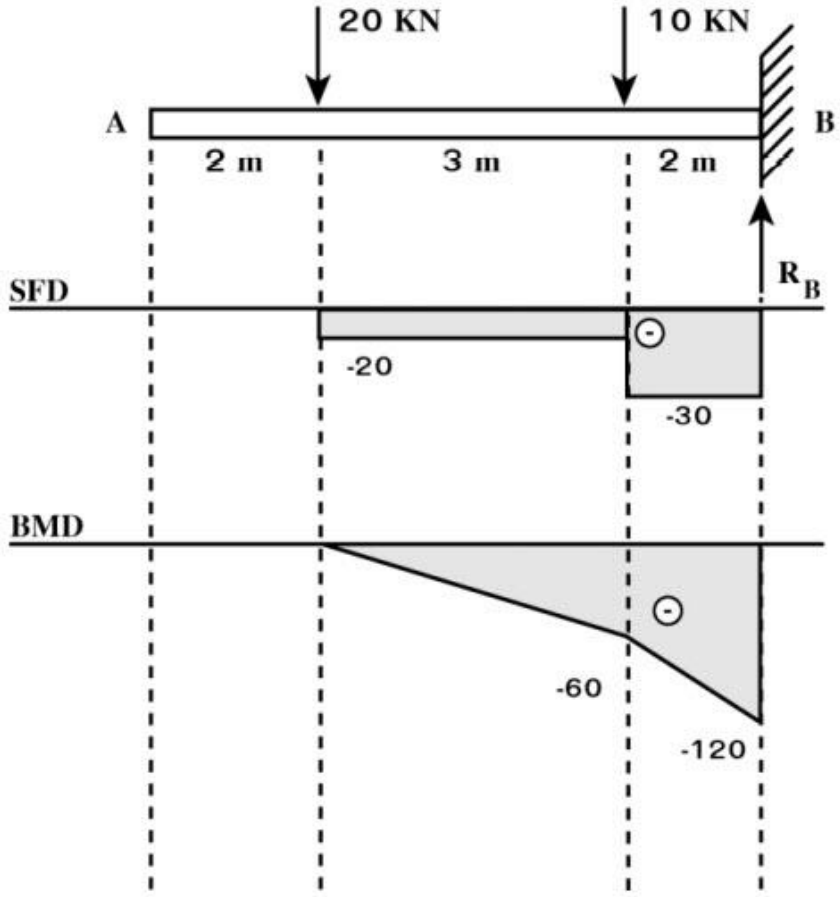
ถ้า $x = 4$, $M = -10(4) - 25(4 - 4) = -40$ KN-m

ถ้า $x = 6$, $M = -10(6) - 25(6 - 4) = -110$ KN-m

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดมีขนาดเท่ากับ 110 กิโลนิวตัน-เมตร กระทำที่จุด B **ตอบ**

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.8 จงเขียน SFD และ BMD ของคานยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด วิธีทำ



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.8 จงเขียน SFD และ BMD ของคานยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $0 < x < 2$

$V = 0$ KN

$M = 0$ KN-m

ที่ระยะ $2 < x < 5$

$V = -20$ KN

$M = -20\,(x - 2)$ KN-m

ถ้า $x = 2$, $M = -20\,(2 - 2) = 0$ KN-m

ถ้า $x = 5$, $M = -20\,(5 - 2) = -60$ KN-m

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.8 จงเขียน SFD และ BMD ของคานยื่น มีแรงมากระทา (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $5 < x < 7$

$$V = -20 - 10 = -30 \text{ KN}$$

$$M = -20(x - 2) - 10(x - 5) \text{ KN-m}$$

ถ้า $x = 5$, $M = -20(5 - 2) - 10(5 - 5) = -60$ KN-m

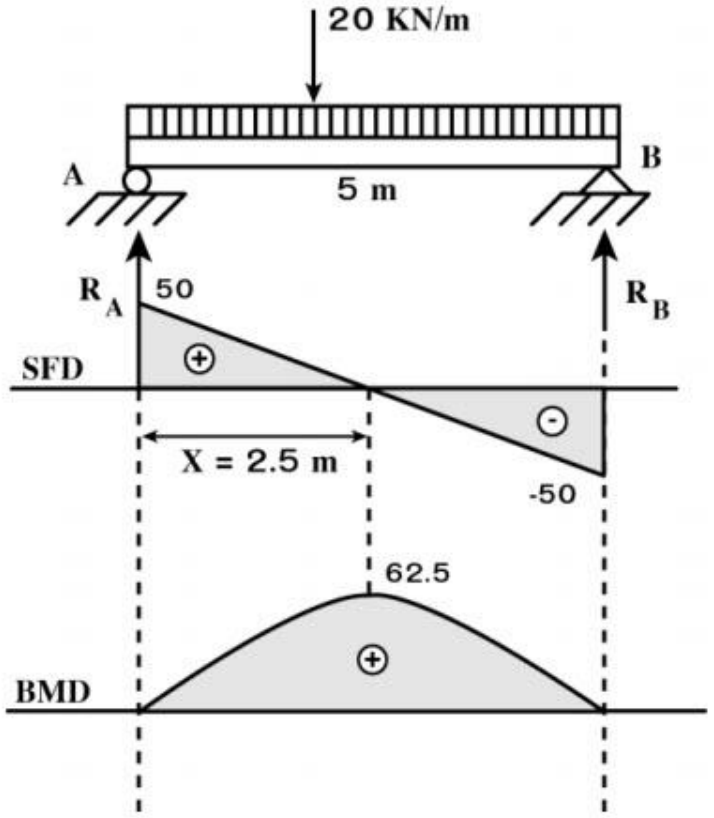
ถ้า $x = 7$, $M = -20(7 - 2) - 10(7 - 5) = -120$ KN-m

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดมีขนาดเท่ากับ 120 กิโลนิวตัน-เมตร กระทำที่จุด B ตอบ

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.9 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวยาว 5 เมตร รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

วิธีทำ



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.9 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวยาว 5 เมตร รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

หาแรงปฏิกิริยาที่จุด A และ B

จาก $\sum M_A = 0$

$(20\ KN \times 5\ m \times 2.5\ m) - 5R_B = 0$

$250\ KN\text{-}m = 5R_B$

$\frac{250}{5} = R_B = 50\ KN$

จาก $R_{รวม} = R_A + R_B$

$100 = R_A + 55$

$100 - 50 = R_A = 50\ KN$

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.9 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวยาว 5 เมตร รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $0 < x < 5$

$$V = 50 - 20\,(x)\ \text{KN}$$

ถ้า $x = 0$, $V = 50 - 20\,(0) = 50\ \text{KN-m}$

ถ้า $x = 5$, $V = 50 - 20\,(5) = -50\ \text{KN-m}$

$$M = 50\,(x) - 20\,(x)\left(\frac{x}{2}\right)\ \text{KN-m}$$

ถ้า $x = 0$, $M = 50\,(0) - 20\,(0)\left(\frac{0}{2}\right) = 0\ \text{KN-m}$

ถ้า $x = 5$, $M = 50\,(5) - 20\,(5)\left(\frac{5}{2}\right) = 0\ \text{KN-m}$

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.9 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวยาว 5 เมตร รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

จากวิธีการเขียนแผนภาพแรงเฉือน (SFD) และแผนภาพโมเมนต์ดัด (BMD)

ตำแหน่ง BMD สูงสุด จะเกิดขึ้นที่ค่าของแรงเฉือนเปลี่ยนจากค่าบวก (+) เป็นค่าลบ (-)

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดจะเกิดขึ้นที่ $V = 0$

จะได้

$$0 = 50 - 20(x)$$

$$20(x) = 50$$

$$x = \frac{50}{20}$$

$$x = 2.5 \text{ m}$$

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.9 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียวยาว 5 เมตร รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

จาก $M = 50\,(x) - 20\,(x)(\frac{x}{2})$ KN-m

แทนค่า $(x = 2.5)$ $M = 50\,(2.5) - 20\,(2.5)(\frac{2.5}{2})$ KN-m

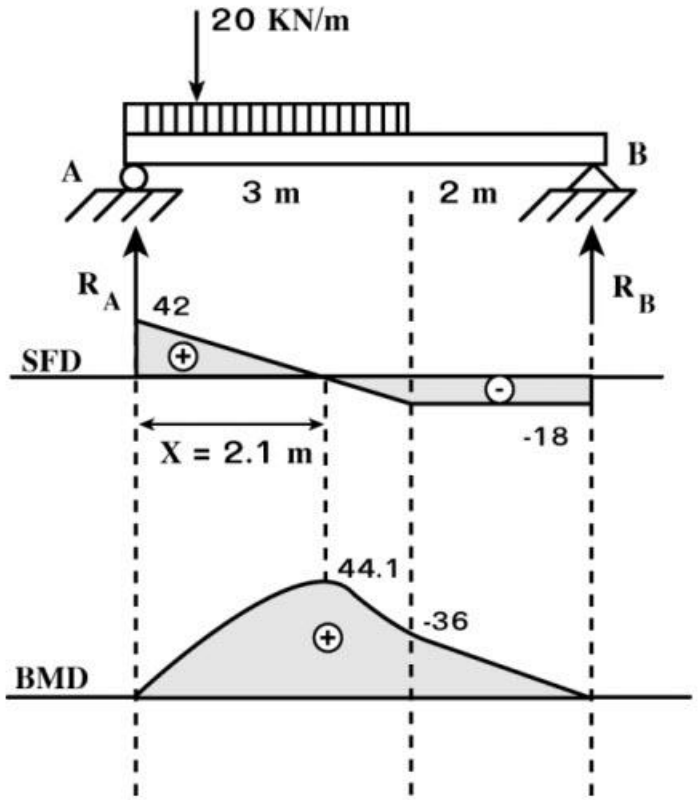
$M = 62.5$ KN-m

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดมีขนาดเท่ากับ 62.5 กิโลนิวตัน-เมตร
กระทำห่างจากจุด A ไปทางขวามือ 2.5 เมตร **ตอบ**

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.10 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

วิธีทำ



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.10 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

หาแรงปฏิกิริยาที่จุด A และ B

จาก $\sum M_A = 0$

$(20\ KN \times 3\ m \times 1.5\ m) - 5R_B = 0$

$90\ KN\text{-}m = 5R_B$

$\frac{90}{5} = R_B = 18\ KN$

จาก $R_{รวม} = R_A + R_B$

$60 = R_A + 18$

$60 - 18 = R_A = 42\ KN$

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.10 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $0 < x < 3$

$$V = 42 - 20\,(x)\ \text{KN}$$

ถ้า $x = 0$, $V = 42 - 20\,(0) = 42$ KN-m

ถ้า $x = 3$, $V = 42 - 20\,(3) = -18$ KN-m

$$M = 42\,(x) - 20\,(x)\left(\frac{x}{2}\right)\ \text{KN-m}$$

ถ้า $x = 0$, $M = 42\,(0) - 20\,(0)\left(\frac{0}{2}\right) = 0$ KN-m

ถ้า $x = 3$, $M = 42\,(3) - 20\,(3)\left(\frac{3}{2}\right) = 36$ KN-m

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.10 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $3 < x < 5$

$$V = 42 - 20\,(3) = -18 \quad KN$$

$$= 42\,(x) - 60\,(x - 1.5) \quad KN\text{-}m$$

ถ้า $x = 3$, $M = 42\,(3) - 60\,(3 - 1.5) = 36 \quad KN\text{-}m$

ถ้า $x = 5$, $M = 42\,(5) - 60\,(5 - 1.5) = 0 \quad KN\text{-}m$

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดจะเกิดขึ้นที่ $V = 0$

จะได้ $0 = 42 - 20\,(x)$

$$20\,(x) = 42$$

$$x = \frac{42}{20}$$

$$x = 2.1 \quad m$$

จาก $M = 42\,(x) - 20\,(x)(\frac{x}{2}) \quad KN\text{-}m$

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.10 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

แทนค่า $(x = 2.1)$ $M = 42\,(2.1) - 20\,(2.1)(\frac{2.1}{2})$ KN-m

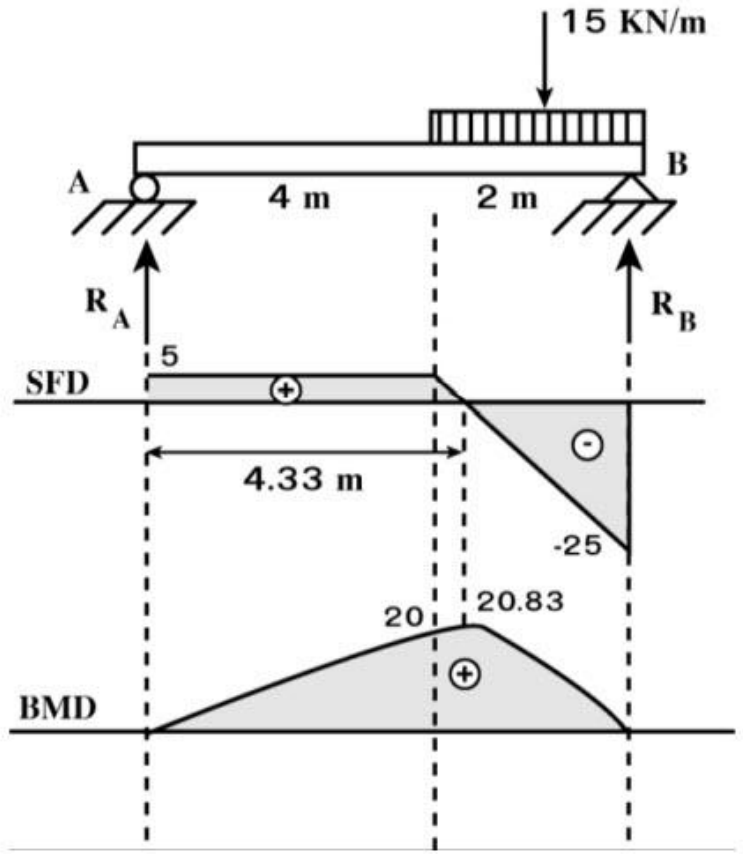
$M = 44.1$ KN-m

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดมีขนาดเท่ากับ 44.1 กิโลนิวตัน-เมตร
กระทำห่างจากจุด A ไปทางขวามือ 2.1 เมตร **ตอบ**

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.11 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

วิธีทำ



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.11 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

หาแรงปฏิกิริยาที่จุด A และ B

จาก $\sum M_A = 0$

$(15\ KN \times 2\ m \times 6\ m) - 6R_B = 0$

$150\ KN\text{-}m = 6R_B$

$\frac{150}{6} = R_B = 25\ KN$

จาก $R_{รวม} = R_A + R_B$

$30 = R_A + 25$

$30 - 25 = R_A = 5\ KN$

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.11 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

ที่ระยะ $0 < x < 4$

$$V = 5 \text{ KN}$$

$$M = 5(x) \text{ KN-m}$$

ถ้า $x = 0$, $M = 5(0) = 0$ KN-m

ถ้า $x = 4$, $M = 5(4) = 20$ KN-m

ที่ระยะ $4 < x < 6$

$$V = 5 - 15(x - 4) \text{ KN}$$

ถ้า $x = 4$, $V = 5 - 15(4 - 4) = 5$ KN

ถ้า $x = 6$, $V = 5 - 15(6 - 4) = -25$ KN

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.11 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

$$M = 5(x) - 15(x - 4)\left(\frac{x-4}{2}\right) \quad \text{KN-m}$$

ถ้า $x = 4$, $M = 5(4) - 15(4 - 4)\left(\frac{4-4}{2}\right) = 20$ KN-m

ถ้า $x = 6$, $M = 5(6) - 15(6 - 4)\left(\frac{6-4}{2}\right) = 0$ KN-m

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดจะเกิดขึ้นที่ V = 20

แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน

ตัวอย่างที่ 4.11 จงเขียน SFD และ BMD ของคานช่วงเดียว รับแรงกระจาย (ดังรูป) พร้อมทั้งหาขนาดและตาแหน่งของโมเมนต์ดัดสูงสุด

จะได้ $0 = 5 - 15\,(x-4)$

$15\,(x-4) = 5$

$15x - 60 = 5$

$x = \frac{60+5}{15}$

$x = 4.33 \text{ m}$

จาก $M = 5\,(x) - 15\,(x-4)\left(\frac{x-4}{2}\right)$ KN-m

แทนค่า $(x = 4.33)$ $M = 5\,(4.33) - 15\,(4.33-4)\left(\frac{4.33-4}{2}\right)$ KN-m

$M = 20.83$ KN-m

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดมีขนาดเท่ากับ 20.83 กิโลนิวตัน-เมตร
กระทำห่างจากจุด A ไปทางขวามือ 4.33 เมตร **ตอบ**