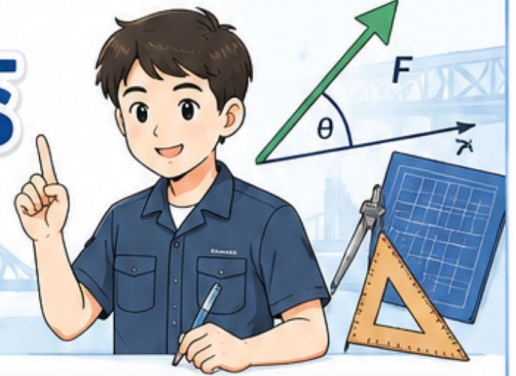


# ปริมาณเวกเตอร์ (Vector Quantity)

เป็นปริมาณทางฟิสิกส์ที่มีทั้ง "ขนาด" และ "ทิศทาง"  
ใช้ในการวิเคราะห์และแก้ปัญหาทางวิศวกรรมเป็นพื้นฐานสำคัญ



## 1 ความหมายของปริมาณสเกลาร์และเวกเตอร์

### ปริมาณสเกลาร์ (Scalar Quantity)

มีเฉพาะ "ขนาด"  
ไม่ต้องระบุทิศทาง

- มวล 10 kg
- เวลา 5 s
- อุณหภูมิ 30 °C
- พลังงาน 100 J

### ปริมาณเวกเตอร์ (Vector Quantity)

มีทั้ง "ขนาด" และ "ทิศทาง"  
ต้องระบุทิศทางเสมอ

- แรง
- ความเร็ว
- ความเร่ง
- การกระจัด

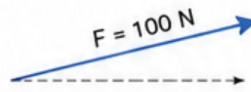
### สรุป

สเกลาร์บอกว่า "มากเท่าไร" แต่เวกเตอร์บอกว่า "มากเท่าไร และไปทางไหน"

## 2 องค์ประกอบของเวกเตอร์

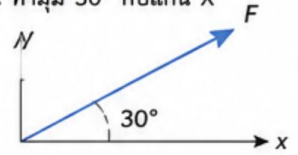
### 1 ขนาด (Magnitude)

คือ ความยาวของเวกเตอร์  
แสดงค่าของเวกเตอร์  
เช่น  $F = 100 \text{ N}$



### 2 ทิศทาง (Direction)

คือ แนวการกระทำของเวกเตอร์  
วัดมุมกับแนวอ้างอิง  
เช่น ทำมุม 30° กับแกน X



### เกร็ดความรู้

ทิศทางอาจจะบ่งด้วยมุม องศา หรือคำบรรยาย เช่น ไปทางขวา ขึ้นบน ทำมุมกับแกน เป็นต้น

## 3 ตัวอย่างปริมาณเวกเตอร์

### แรง (Force)

ทำให้วัตถุเกิดการ  
เปลี่ยนแปลงการ  
เคลื่อนที่ หรือรูปทรง



### ความเร็ว (Velocity)

การเคลื่อนที่ของวัตถุ  
มีขนาดและทิศทาง



### ความเร่ง (Acceleration)

การเปลี่ยนแปลงความเร็ว  
มีขนาดและทิศทาง



## 4 การเขียนเวกเตอร์ด้วยลูกศร

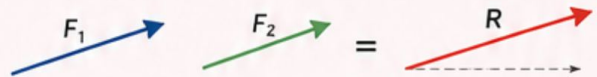
ใช้ลูกศรแทนเวกเตอร์

- ความยาวของลูกศร = ขนาด
- หัวลูกศร = ทิศทาง

### ตัวอย่าง

แรง 150 N ไปทางทิศตะวันออก

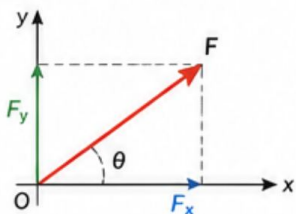
### การรวมเวกเตอร์แบบหัวชนหาง (Head to Tail Method)



ผลลัพธ์ (R) คือ เวกเตอร์ลัพธ์

## 5 การแตกแรงเป็นองค์ประกอบแกน X และ Y

แรง F ทำมุม  $\theta$  กับแกน X  
สามารถแตกเป็นองค์ประกอบ  
ในแนวแกน X และ Y ได้



### สูตรสำคัญ

$$F_x = F \cos \theta$$

$$F_y = F \sin \theta$$

เมื่อ

$F$  = แรง (N)

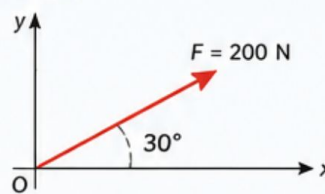
$\theta$  = มุมที่แรงทำกับแกน X (องศา)

$F_x$  = องค์ประกอบของแรงในแนวแกน X

$F_y$  = องค์ประกอบของแรงในแนวแกน Y

### ตัวอย่างโจทย์

กำหนดให้ แรง  $F = 200 \text{ N}$  ทำมุม 30° กับแกน X  
จงหา  $F_x$  และ  $F_y$



### วิธีทำ

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \theta \\ &= 200 \cos 30^\circ \\ &= 173.2 \text{ N} \\ F_y &= F \sin \theta \\ &= 200 \sin 30^\circ \\ &= 100 \text{ N} \end{aligned}$$

### ตอบ

$F_x = 173.2 \text{ N}$  (ทิศไปทาง +X)  
 $F_y = 100 \text{ N}$  (ทิศไปทาง +Y)



### สรุปความรู้

- ✓ ปริมาณเวกเตอร์มีทั้ง ขนาด และ ทิศทาง
- ✓ แรง ความเร็ว ความเร่ง เป็นปริมาณเวกเตอร์
- ✓ เวกเตอร์เขียนแทนด้วยลูกศร
- ✓ การแตกแรงช่วยให้วิเคราะห์ปัญหาได้ง่ายขึ้น
- ✓ สูตรสำคัญ

$$F_x = F \cos \theta, F_y = F \sin \theta$$

### การประยุกต์ใช้งาน

- การออกแบบโครงสร้างอาคาร
- การวิเคราะห์แรงในเครื่องจักร
- การคำนวณการเคลื่อนที่ของยานพาหนะ
- การออกแบบระบบกลไกและหุ่นยนต์

### ข้อควรจำ

อย่าลืมระบุ  
ขนาด และ ทิศทาง  
เสมอ เมื่อเขียน  
ปริมาณเวกเตอร์



พื้นฐานแน่น ปัญหาไม่ยาก  
ถ้าเข้าใจ "เวกเตอร์"



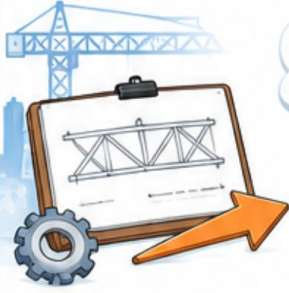
ศึกษาจากพื้นฐาน สู่การเป็นวิศวกรมืออาชีพ



ชื่อ-สกุล ..... เลขที่.....

# ระบบแรง (Force System)

การศึกษาระบบแรงเป็นพื้นฐานสำคัญในการวิเคราะห์และออกแบบโครงสร้างและเครื่องจักรต่าง ๆ



## 1 ความหมายของแรง

แรง (Force) คือ การผลักหรือดึงวัตถุ ทำให้วัตถุเกิดการเปลี่ยนแปลงสภาพการเคลื่อนที่หรือรูปร่าง หรือทั้งสองอย่าง



## 2 หน่วยของแรง (Newton)

หน่วยมาตรฐานของแรงในระบบเอสไอ (SI) คือ นิวตัน (Newton) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ N

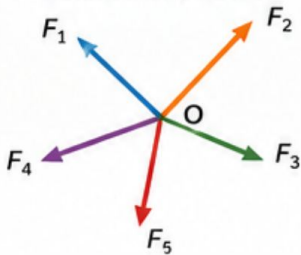
1 นิวตัน (1 N) = แรงที่ทำให้มวล 1 kg เกิดความเร่ง 1 m/s<sup>2</sup>  
(หรือ 1 N = 1 kg · m/s<sup>2</sup>)



## 3 ประเภทของระบบแรง

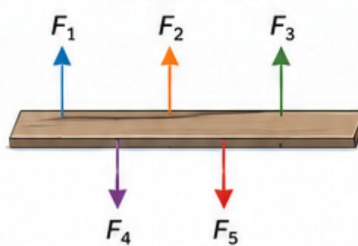
### 3.1 แรงร่วมจุด (Concurrent Force)

แนวแรงตัดกันที่จุดเดียวกัน



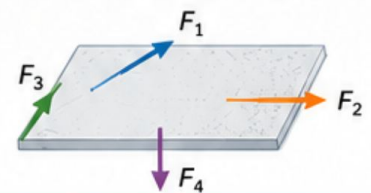
### 3.2 แรงขนาน (Parallel Force)

แนวแรงขนานกัน



### 3.3 แรงในระนาบเดียวกัน (Coplanar Force)

แรงทั้งหมดอยู่ในระนาบเดียวกัน แต่ไม่จำเป็นต้องขนานหรือตัดกันที่จุดเดียว

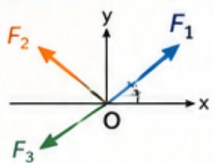


## 4 การรวมแรง

การหาผลรวมของแรงหลายแรง สามารถทำได้โดย

- วิธีกราฟิก (รูปหลายเหลี่ยมของแรง)
- วิธีวิเคราะห์ (แยกแรงเป็นองค์ประกอบแกน X และ Y)

วิธีวิเคราะห์ แยกแรงทุกแรงเป็นองค์ประกอบ



$$\Sigma F_x = \Sigma F_{x(+)} - \Sigma F_{x(-)}$$

$$\Sigma F_y = \Sigma F_{y(+)} - \Sigma F_{y(-)}$$

## 5 ผลลัพธ์ของแรง (Resultant Force)

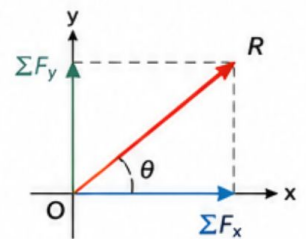
ผลลัพธ์ของแรง (R) คือ แรงเพียงแรงเดียวที่ให้ผลเทียบเท่ากับแรงทั้งหมด

สูตรสำคัญ

$$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

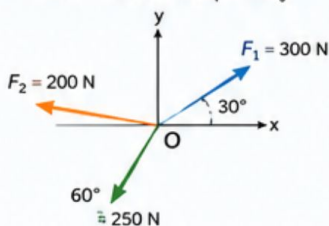
ทิศทางของแรงลัพธ์ (θ) หาได้จาก

$$\tan \theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$



### ตัวอย่างการหาผลลัพธ์ของแรง

กำหนดให้มีแรงกระทำต่อจุด O ดังรูป



### วิธีทำ

1) แยกแรงเป็นองค์ประกอบ

$$\Sigma F_x = (300 \cos 30^\circ) - (200 \cos 45^\circ) - (250 \cos 60^\circ)$$

$$= 259.8 - 141.4 - 125.0 = -6.6 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = (300 \sin 30^\circ) + (200 \sin 45^\circ) - (250 \sin 60^\circ)$$

$$= 150 + 141.4 - 216.5 = 74.9 \text{ N}$$

2) หาผลลัพธ์ของแรง

$$R = \sqrt{(-6.6)^2 + (74.9)^2} = 75.2 \text{ N}$$

3) หาทิศทางของแรงลัพธ์

$$\tan \theta = \frac{74.9}{-6.6} \Rightarrow \theta = 95.0^\circ \text{ (วัดจากแกน +x)}$$

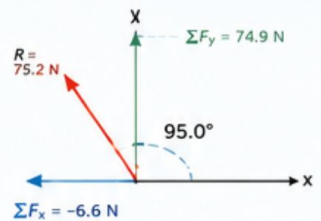
### คำตอบ

$$R = 75.2 \text{ N}$$

ทิศทางทำมุม

95.0°

จากแกน +x



### ความรู้ควรรู้

- ✓ แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทั้งขนาดและทิศทาง
- ✓ การรวมแรงต้องคำนึงถึงทิศทางของแรง
- ✓ ระบบแรงเป็นพื้นฐานของการวิเคราะห์โครงสร้างทุกชนิด
- ✓ การแยกแรงเป็นองค์ประกอบ ช่วยหาคำนวณได้ง่ายและแม่นยำ

### ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งาน



### สรุปท้ายบท

ระบบแรงประกอบด้วยหลายแรงกระทำต่อวัตถุ การวิเคราะห์หาผลลัพธ์ของแรงทำให้เราสามารถออกแบบโครงสร้างและเครื่องจักรให้ปลอดภัยและมีประสิทธิภาพ

ฝึกทำโจทย์บ่อย ๆ จะทำให้เข้าใจมากขึ้น!

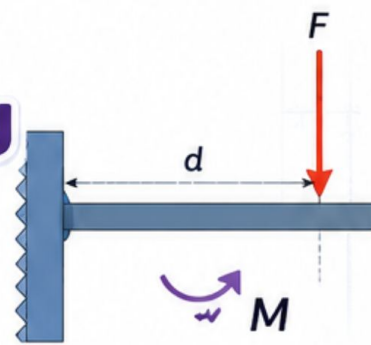




# โมเมนต์และแรงคู่ควบ

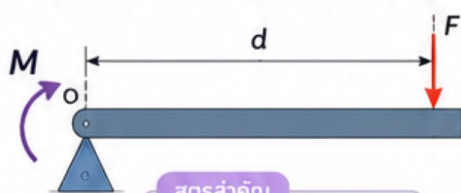
## (Moment and Couple)

การวิเคราะห์การหมุนของวัตถุ เป็นพื้นฐานสำคัญ ในการออกแบบโครงสร้างและเครื่องจักรต่าง ๆ



### 1 ความหมายของโมเมนต์

โมเมนต์ (Moment) คือ ผลจากการหมุนของแรง ที่ทำให้วัตถุเกิดการหมุนรอบจุดหรือแกนใดแกนหนึ่ง ขึ้นอยู่กับขนาดของแรงและระยะตั้งฉากจากจุดหมุน



สูตรสำคัญ

$$M = F \times d$$

เมื่อ

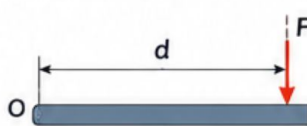
- M = โมเมนต์ (N-m)
- F = แรงที่กระทำ (N)
- d = แขนโมเมนต์ หรือระยะตั้งฉากจากจุดหมุน (m)

### 2 แขนโมเมนต์ (Lever Arm)

แขนโมเมนต์ คือ ระยะตั้งฉากจากจุดหมุน (O) ไปยังแนวแรง (Line of Action) หน่วยเป็น เมตร (m)

#### กรณีที่ 1

แรงตั้งฉากกับคาน



d = ระยะตรง (ตั้งฉาก)

$$M = F \times d$$

#### กรณีที่ 2

แรงทำมุมกับคาน



d = ระยะตั้งฉาก

$$M = F \times d$$

### 3 ทิศทางการหมุน (Direction of Rotation)

หมุนตามเข็มนาฬิกา (Clockwise)



ให้ค่าโมเมนต์เป็น ลบ (-)

หมุนทวนเข็มนาฬิกา (Counterclockwise)



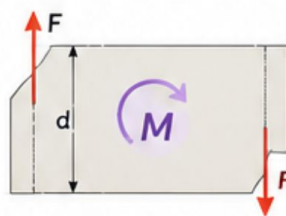
ให้ค่าโมเมนต์เป็น บวก (+)

#### ★ เทคนิคจำง่าย

หมุนตามเข็ม = ลบ | หมุนทวนเข็ม = บวก

### 4 แรงคู่ควบ (Couple Force)

แรงคู่ควบ คือ แรง 2 แรง ที่มีขนาดเท่ากัน ขนานกัน ทิศตรงข้ามกัน แต่กระทำคนละแนว ไม่ได้ทำให้เกิดแรงลัพธ์ แต่ทำให้เกิดโมเมนต์เพียงอย่างเดียว



สูตรโมเมนต์ของแรงคู่ควบ

$$M = F \times d$$

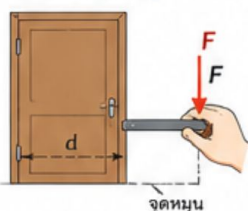
เมื่อ

- F = ขนาดของแรง (N)
- d = ระยะห่างระหว่างแนวแรง (m)

- ✓ โมเมนต์ของแรงคู่ควบ มีค่าเท่ากับ Fd
- ✓ ไม่ขึ้นอยู่กับจุดอ้างอิง (ตำแหน่งที่วัดโมเมนต์)
- ✓ ทำให้วัตถุมีแนวโน้มจะหมุน แต่ไม่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่

### 5 ตัวอย่างในชีวิตประจำวัน

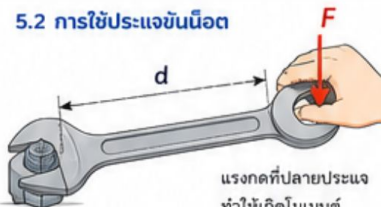
#### 5.1 การเปิดประตู



แรงที่ออกแรงผลักที่มีมือ ทำให้ประตูหมุนรอบบานพับ  
โมเมนต์ =  $F \times d$

ยิ่งผลักไกลจากบานพับ (d มาก) ยิ่งเปิดประตูได้ง่าย

#### 5.2 การใช้ประแจขันน็อต



แรงกดที่ปลายประแจ ทำให้เกิดโมเมนต์รอบจุดศูนย์กลางน็อต

ใช้ประแจยาว (d มาก) ขันน็อตได้ง่ายขึ้น

#### ตัวอย่างอื่น ๆ

- การหมุนพวงมาลัยรถยนต์
- การหมุนไขควง
- การใช้คานงัดของ



#### ★ สรุปความรู้

- ✓ โมเมนต์เกิดจากแรงที่ทำให้วัตถุหมุนรอบจุดหรือแกน
- ✓ แขนโมเมนต์คือระยะตั้งฉากจากจุดหมุนถึงแนวแรง
- ✓ ทิศทางการหมุน: ตามเข็ม = ลบ, ทวนเข็ม = บวก
- ✓ แรงคู่ควบคือแรงสองแรงขนาน ทิศตรงข้าม ทำให้เกิดโมเมนต์อย่างเดียว
- ✓ สูตรสำคัญที่ต้องจำ:  $M = F \times d$



#### 📖 ความรู้ควรรู้

การพิจารณาโมเมนต์เป็นกุญแจสำคัญ ในการวิเคราะห์โครงสร้าง คาน เครื่องจักร และระบบกลไกต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความปลอดภัย และประสิทธิภาพสูงสุด

#### ? คำถามทบทวน

- 1) โมเมนต์คืออะไร ?
- 2) แขนโมเมนต์คืออะไร ?
- 3) การหมุนตามเข็มนาฬิกาให้ค่าโมเมนต์เป็นอะไร ?
- 4) จงเขียนสูตรโมเมนต์ของแรงคู่ควบ
- 5) ถ้าแรง 20 N กระทำที่ปลายคานห่างจากจุดหมุน 1.5 m โมเมนต์ที่เกิดขึ้นมีค่าเท่าไร ?

(บทเรียน, 52)  $M = 20 \times 1.5 = 30 \text{ N-m}$  เฉลย:

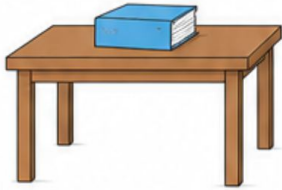
# ระบบสมดุล (Equilibrium)



วัตถุอยู่ในสภาพนิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่เมื่อแรงลัพธ์และโมเมนต์ลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์

## 1 ความหมายของสมดุล

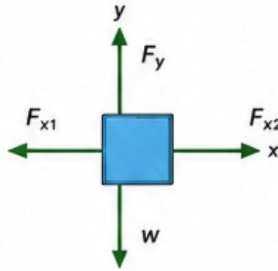
สมดุล (Equilibrium) คือ สภาวะที่วัตถุไม่เกิดการเคลื่อนที่เชิงเส้นและไม่เกิดการหมุน



✓ วัตถุอยู่นิ่ง ไม่เคลื่อนที่ ไม่หมุน

## 2 สมดุลต่อการเลื่อนที่

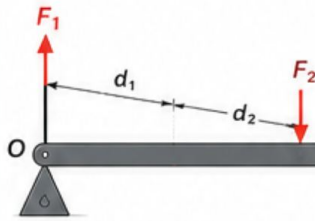
วัตถุไม่มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในแนวราบและแนวตั้ง



ผลรวมของแรงในแกน X และ Y ต้องเป็นศูนย์

## 3 สมดุลต่อการหมุน

วัตถุไม่มีการหมุนรอบจุดใด ๆ



ผลรวมของโมเมนต์รอบจุดใด ๆ ต้องเป็นศูนย์

## 4 เงื่อนไขของสมดุล

วัตถุจะอยู่ในสภาพสมดุลได้ต้องเป็นไปตามเงื่อนไขทั้ง 3 ข้อ

สูตรสำคัญ

$$\sum F_x = 0 \quad (\text{สมดุลในแนวราบ})$$

$$\sum F_y = 0 \quad (\text{สมดุลในแนวตั้ง})$$

$$\sum M = 0 \quad (\text{สมดุลต่อการหมุน})$$

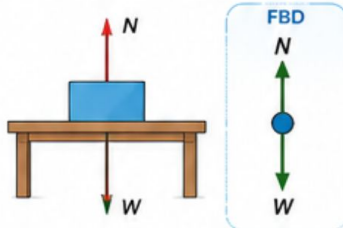
หน่วยของแรง = นิวตัน (N)

หน่วยของโมเมนต์ = นิวตัน-เมตร (N-m)

### ตัวอย่างและแผนภาพ Free Body Diagram

#### 1. โต๊ะวางนิ่ง (วัตถุอยู่นิ่ง)

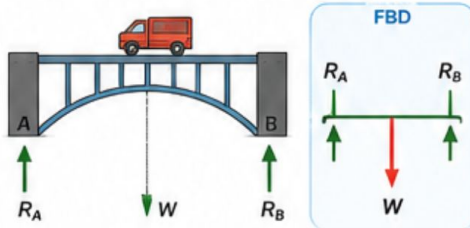
วัตถุวางอยู่บนโต๊ะ ไม่เคลื่อนที่ ไม่หมุน



สมดุล  $\sum F_y = N - W = 0$   
 $N = W$   
 $\sum M = 0$

#### 2. สะพานกับน้ำหนักรถ

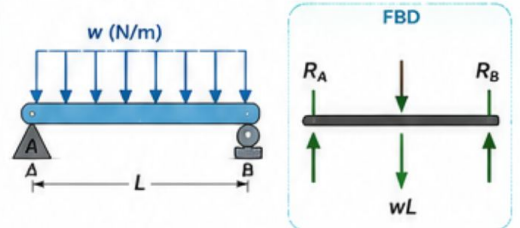
สะพานรับน้ำหนักรถและอยู่ในสภาพสมดุล



สมดุล  $\sum F_y = R_A + R_B - W = 0$   
 $\sum M_A = R_B L - W \left(\frac{L}{2}\right) = 0$

#### 3. คานรองรับน้ำหนัก

คานรับน้ำหนักกระจายและอยู่ในสมดุล



สมดุล  $\sum F_y = R_A + R_B - wL = 0$   
 $\sum M_A = R_B L - wL \left(\frac{L}{2}\right) = 0$

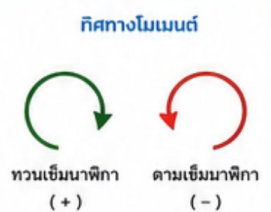
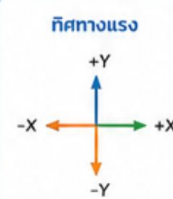
### ขั้นตอนการวิเคราะห์ระบบสมดุล

- 1 กำหนดวัตถุที่ต้องการวิเคราะห์
- 2 วาดแผนภาพ Free Body Diagram (FBD)
- 3 กำหนดทิศทางของแรงและโมเมนต์
- 4 เลือกแกน X, Y และจุดอ้างอิงสำหรับโมเมนต์
- 5 เขียนสมการสมดุล  $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M = 0$
- 6 แก้สมการหาค่าที่ไม่ทราบ

### ข้อควรรู้

- ✓ หากผลรวมแรงไม่เป็นศูนย์ วัตถุจะเกิดการเร่ง
- ✓ หากผลรวมโมเมนต์ไม่เป็นศูนย์ วัตถุจะเกิดการหมุน
- ✓ การเลือกจุดอ้างอิงที่เหมาะสม ช่วยให้คำนวณง่ายขึ้น!

### ทิศทางของแรงและโมเมนต์



### เรื่อง : โครงสร้าง (Structure)

#### ความหมาย

โครงสร้าง คือ ส่วนประกอบที่ถูกออกแบบและสร้างขึ้นเพื่อรับน้ำหนักหรือแรงต่าง ๆ แล้วถ่ายเทลงสู่ฐานรากอย่างปลอดภัย

#### หน้าที่ของโครงสร้าง

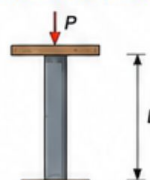
- ✓ รับและถ่ายเทแรงไปยังฐานราก
- ✓ คงรูป ไม่เสียรูปเกินที่กำหนด
- ✓ มีความแข็งแรงและปลอดภัย

#### ประเภทของโครงสร้าง

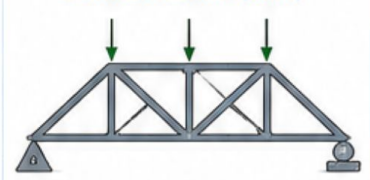
##### 1. โครงสร้างรับแรงดัด (คาน)



##### 2. โครงสร้างรับแรงอัด (เสา/คอสลัมน์)



##### 3. โครงสร้างแบบทรีส (Truss)



#### สรุป

ระบบสมดุลเกิดขึ้นได้เมื่อ

- $\sum F_x = 0$  (ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวราบ)
- $\sum F_y = 0$  (ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง)
- $\sum M = 0$  (ไม่มีการหมุน)



#### ประโยชน์

- ✓ ช่วยในการออกแบบโครงสร้างให้มั่นคง
- ✓ ใช้วิเคราะห์ความปลอดภัยของชิ้นส่วน
- ✓ เป็นพื้นฐานสำคัญของงานวิศวกรรมทุกสาขา



#### คำคมวิศวกร

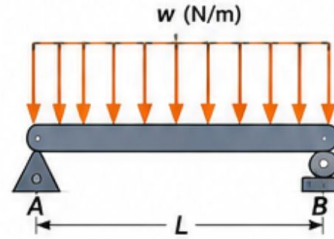
"โครงสร้างที่ดี เริ่มต้นจากสมดุลที่สมบูรณ์"  
 วิเคราะห์ให้ถูก ต้อง แม่นยำ  
 งานจึงปลอดภัยและยั่งยืน"





# แรงกระจาย (Distributed Load)

แรงที่กระทำต่อวัตถุอย่างต่อเนื่องตลอดแนว ซึ่งสามารถแทนด้วยแรงลัพธ์เพียงแรงเดียว

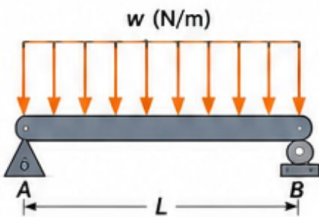


**💡 ความรู้ควรรู้**

แรงกระจายมักเกิดจากน้ำหนักของวัสดุ พื้นที่ลม แรงดันน้ำ หรือแรงที่กระทำอย่างต่อเนื่อง

## 1 ความหมายของแรงกระจาย

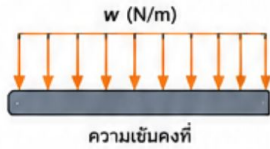
แรงกระจาย (Distributed Load) คือ แรงที่กระทำต่อคานหรือโครงสร้างอย่างต่อเนื่องตลอดแนว มีหน่วยเป็น นิวตันต่อเมตร (N/m)



## 2 ประเภทของแรงกระจาย

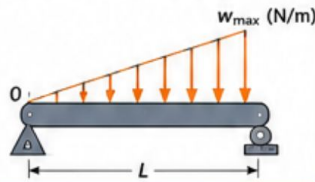
### 2.1 แบบสม่ำเสมอ (UDL)

ขนาดของแรงต่อหนึ่งหน่วยความยาว มีค่าคงที่ตลอดแนว



### 2.2 แบบแปรผัน (UVL)

ขนาดของแรงต่อหนึ่งหน่วยความยาว เปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่ง (มักเพิ่มหรือลดเป็นเส้นตรง)



## 3 การหาแรงลัพธ์ (Resultant Force)

สามารถแทนแรงกระจายด้วยแรงลัพธ์เพียงแรงเดียว ซึ่งมีขนาดเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟของแรงกระจาย

### 3.1 กรณี UDL

$$R = wL$$

โดยที่

- R = แรงลัพธ์ (N)
- w = ความเข้มแรง (N/m)
- L = ความยาวคาน (m)

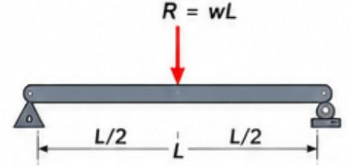
### 3.2 กรณี UVL (รูปสามเหลี่ยม)

$$R = \frac{1}{2} w_{max} L$$

## 4 จุดกระทำของแรงลัพธ์

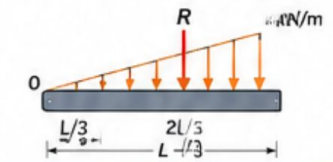
### 4.1 กรณี UDL

แรงลัพธ์กระทำที่กึ่งกลางของคาน (ระยะ L/2 จากจุดรองรับด้านใดด้านหนึ่ง)



### 4.2 กรณี UVL (รูปสามเหลี่ยม)

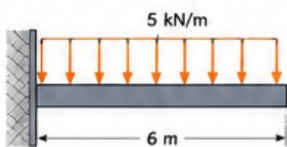
แรงลัพธ์กระทำห่างจากด้านที่แรงเป็นศูนย์ ระยะ 1/3 L หรือห่างจากด้านที่มีแรงมากที่สุด 2/3 L



### ตัวอย่างการคำนวณ

#### 1 คานยื่น รับแรงกระจายสม่ำเสมอ (UDL)

กำหนด  $w = 5 \text{ kN/m}$ ,  $L = 6 \text{ m}$   
หาขนาดและตำแหน่งของแรงลัพธ์



วิธีทำ

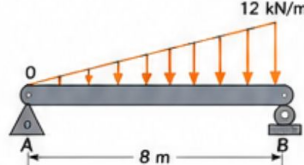
$R = wL = 5(6) = 30 \text{ kN}$   
แรงลัพธ์กระทำที่กึ่งกลางคาน  
ห่างจากจุดยึด  $L/2 = 3 \text{ m}$

ตอบ

$R = 30 \text{ kN}$  ที่ระยะ 3 m จากจุดยึด

#### 2 คานรองรับสองด้าน รับแรงกระจายแปรผัน (UVL)

กำหนด  $w_{max} = 12 \text{ kN/m}$ ,  $L = 8 \text{ m}$   
หาขนาดและตำแหน่งของแรงลัพธ์



วิธีทำ

$$R = \frac{1}{2} w_{max} L = \frac{1}{2} (12)(8) = 48 \text{ kN}$$

แรงลัพธ์กระทำห่างจากด้านซ้าย (แรงเป็นศูนย์)

$$\text{ระยะ } \frac{1}{3} L = \frac{8}{3} = 2.67 \text{ m}$$

ตอบ

$R = 48 \text{ kN}$  ที่ระยะ 2.67 m จากจุด A

### 💡 การประยุกต์ใช้งาน

- คานพื้นอาคาร
- หลังคาและโครงสร้าง
- สะพาน
- ผนังรับแรงดันดิน/น้ำ

# หน่วยที่ 6 โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of Inertia)

คุณสมบัติทางเรขาคณิตของพื้นที่หน้าตัดที่ใช้ในการต้านทานการดัดของคาน



## 1 ความหมาย

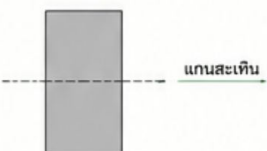
โมเมนต์ความเฉื่อย (I) คือ ผลรวมของผลคูณของพื้นที่ที่ย่อยกับกำลังสองของระยะห่างจากแกนสะเทิน หน่วยเป็น  $\text{m}^4$

$$I = \int y^2 dA$$

เมื่อ  $y =$  ระยะตั้งฉากจากแกนสะเทิน (m)  
 $dA =$  พื้นที่ย่อย ( $\text{m}^2$ )

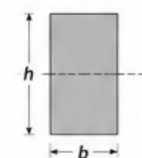
## 2 แกนสะเทิน (Neutral Axis)

แกนที่ทำให้ผลรวมโมเมนต์ของพื้นที่รอบแกนนี้เท่ากับศูนย์ เป็นแกนผ่านจุดศูนย์กลางของพื้นที่



## 3 โมเมนต์ความเฉื่อยของรูปหน้าตัดมาตรฐาน

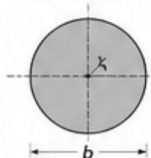
### 3.1 สี่เหลี่ยมผืนผ้า



$$I = \frac{bh^3}{12}$$

เมื่อ  $b =$  ความกว้าง (m)  
 $h =$  ความสูง (m)

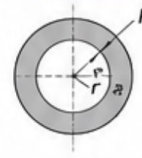
### 3.2 วงกลม



$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

เมื่อ  $d =$  เส้นผ่านศูนย์กลาง (m)

### 3.3 วงกลมกลวง



$$I = \frac{\pi(R^4 - r^4)}{4}$$

เมื่อ  $R =$  รัศมีนอก (m)  
 $r =$  รัศมีใน (m)

## 4 ประโยชน์ในการใช้งาน

- ✓ ใช้คำนวณการโก่งตัวของคาน
- ✓ ใช้ในการออกแบบโครงสร้างให้ปลอดภัย
- ✓ ใช้ในการคำนวณความสามารถในการรับโมเมนต์ดัด
- ✓ ใช้เปรียบเทียบความแข็งแรงของหน้าตัด

### ตัวอย่างการคำนวณ

หน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 0.20 m สูง 0.40 m  
จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนสะเทิน

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0.20(0.40)^3}{12} = \frac{0.20(0.064)}{12} = 0.00107 \text{ m}^4$$

ตอบ  $I = 0.00107 \text{ m}^4$

### 💡 สรุปย่อ

- แรงกระจายแทนด้วยแรงลัพธ์ R
- UDL :  $R = wL$ , กระทำที่กึ่งกลางคาน
- UVL (สามเหลี่ยม) :  $R = \frac{1}{2} w_{max} L$ , กระทำห่างจากด้านที่แรงเป็นศูนย์ 1/3 L
- โมเมนต์ความเฉื่อย ใช้บอกความต้านทานการดัดขึ้นอยู่กับรูปทรงและขนาดของหน้าตัด

