

บทเรียนที่

4

# ความเร็ว ความเร่ง และ การเคลื่อนที่

วิชา กลศาสตร์เครื่องกล



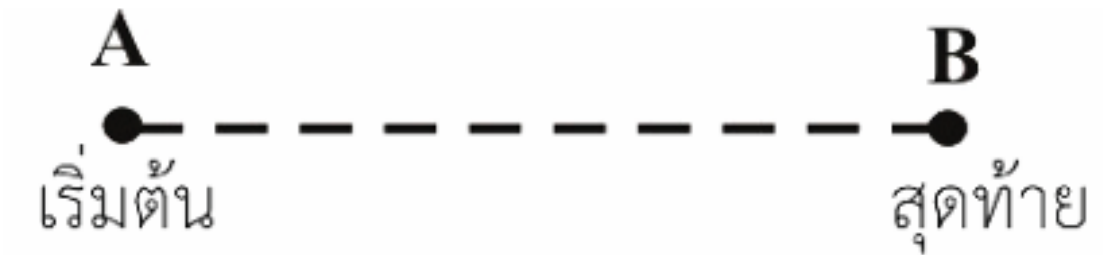
## ความหมาย

**1.1 เวลา (Time)** คือ ช่วงความยาวนาน  
ของเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งที่เกิดขึ้น  
เป็นปริมาณสเกลาร์ใช้สัญลักษณ์  $t$  และมีหน่วยเป็นวินาที

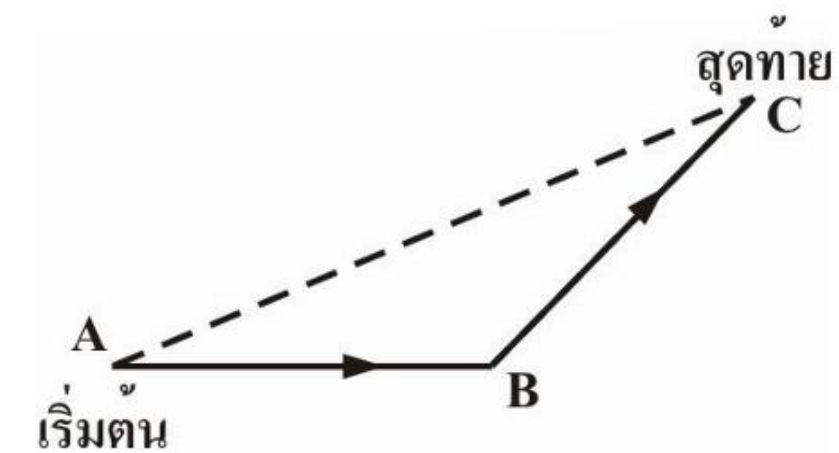
**1.2 ระยะทาง (Distance)** ของการเคลื่อนที่  
คือ ความยาวตามเส้นทางที่วัตถุนั้นเคลื่อนที่ผ่าน  
เป็นปริมาณสเกลาร์ ใช้สัญลักษณ์  $s$  และมีหน่วยเป็นเมตร



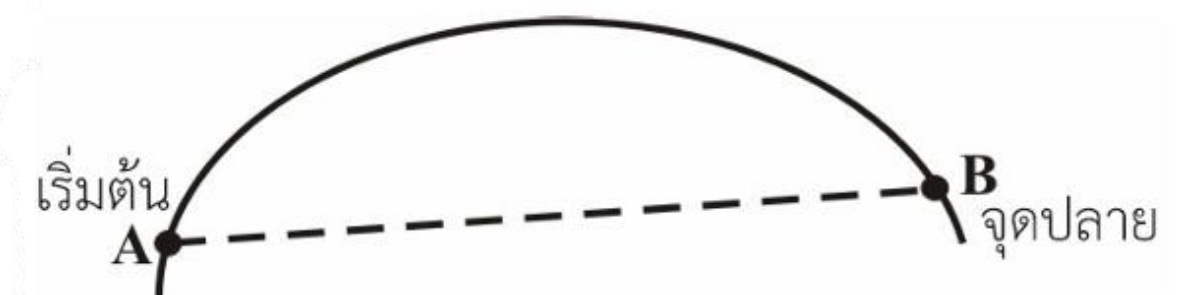
**1.3 การกระจัด (Displacement) หรือการย้ายตำแหน่ง**  
วัตถุมีการย้ายตำแหน่งจากจุด A ไปจุด B ดังรูป  
การกระจัดคือ ระยะ AB และมีหน่วยเป็นเมตร



การย้ายตำแหน่งจากจุด A ไปจุด B  
จากจุด B ไปจุด C ดังรูป การกระจัดคือ ระยะ A



การย้ายตำแหน่งจากจุด A ไปจุด B จากจุด B  
ไปจุด C ดังรูป การกระจัดคือ ระยะ AC



**1.4 อัตราเร็ว (Speed)** คือ อัตราการเคลื่อนที่  
โดยไม่คำนึงถึงทิศทางของการเคลื่อนที่  
จึงมีแต่ขนาดเป็นปริมาณสเกลาร์  
มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที

จะได้สมการความสัมพันธ์การเคลื่อนที่ในหนึ่งหน่วยเวลา คือ



$$\begin{aligned} \text{อัตราเร็ว} &= \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{หนึ่งหน่วยของเวลา}} \\ v &= \frac{s}{t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{อัตราเร็วเฉลี่ย} &= \frac{\text{ระยะทางที่เคลื่อนที่ได้}}{\text{เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งหมด}} \\ v_{av} &= \frac{s}{\Delta t} \end{aligned}$$

**1.5 ความเร็ว (Velocity)** คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง หรืออัตราการเปลี่ยนแปลงการกระจัดของวัตถุเหมือนกับอัตราเร็ว และบอกทิศทางกำกับไว้ด้วย เป็นปริมาณเวกเตอร์ ใช้สัญลักษณ์  $\vec{v}$

**1.6 ความเร่ง (Acceleration)** คือ ความเร็วที่เปลี่ยนไปในหนึ่งหน่วยเวลาเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที<sup>2</sup> จะใช้สัญลักษณ์  $\vec{a}$  จะได้สมการความสัมพันธ์ คือ

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

**1.7 ความหน่วง (Deceleration or Retardation)** คือ ความเร็วที่ลดลงจากความเร็วเดิมในหนึ่งหน่วยเวลาใช้สัญลักษณ์  $-\vec{a}$  มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที<sup>2</sup>



สมการพื้นฐานความเร็ว ความเร่ง

2.1 ความเร็วเฉลี่ย (Average Velocity :  $\vec{v}_{av}$ )

เมื่อวัตถุมีการเคลื่อนที่จากจุด P ไปจุด Q ตามรูป



ความเร็วเฉลี่ย =  $\frac{\text{การเปลี่ยนแปลงการกระจัด}}{\text{เวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่}}$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$

นอกจากนี้ยังสามารถหาสมการความเร็วเฉลี่ย จากความเร็ว ดังรูป



ความเร็วเฉลี่ย =  $\frac{\text{ความเร็วต้น} + \text{ความเร็วปลาย}}{2}$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{u} + \vec{v}}{2}$$

2.2

ความเร่งเฉลี่ย (Average Acceleration :  $\vec{a}_{av}$ )

ความเร่งเฉลี่ย หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วต่อหน่วยเวลา จะได้สมการ

ความเร่งเฉลี่ย =  $\frac{\text{การเปลี่ยนแปลงความเร็ว}}{\text{เวลาที่ใช้ทั้งหมดในการเปลี่ยนแปลงความเร็ว}}$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$





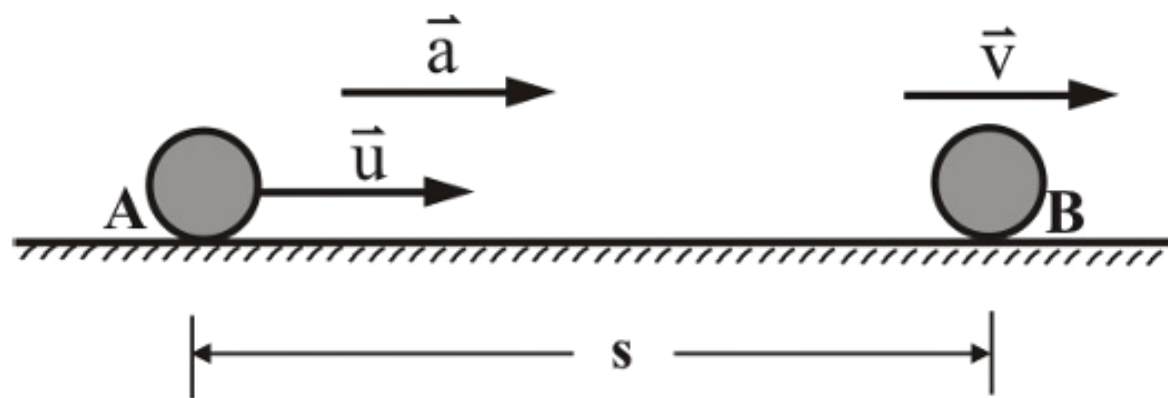
### การคำนวณการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง

กำหนดให้วัตถุเคลื่อนที่จากจุด A ไปจุด B  
ในแนวเส้นตรงด้วยความเร็วต้น  $u$

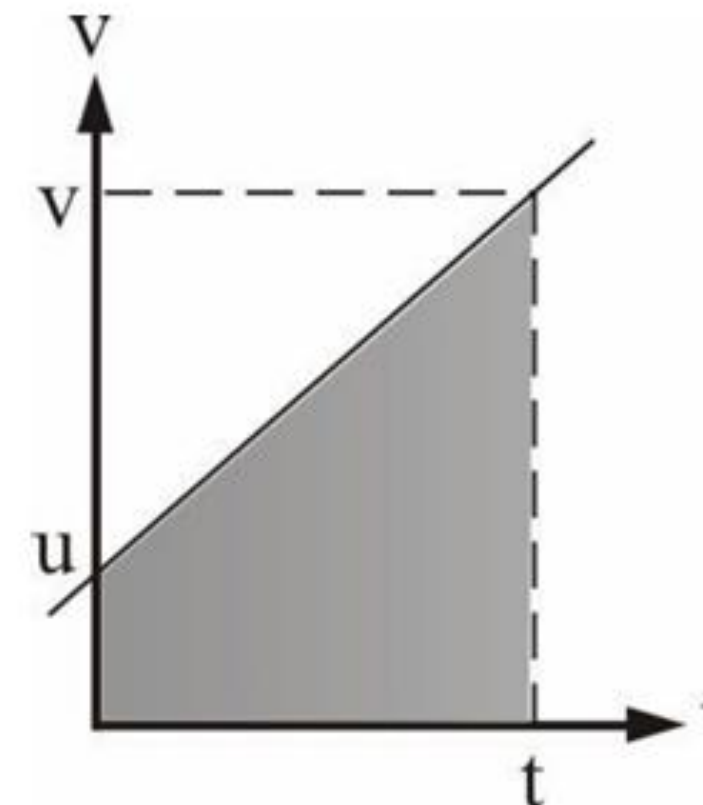
ความเร่งคงที่  $a$

เมื่อเคลื่อนที่ได้ระยะทาง  $s$

ความเร็วปลายเป็น  $v$  ใช้เวลา  $t$  ดังรูป



เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์  
ระหว่าง  $v$  กับ  $t$  จะได้ดังรูป



สมการในการเคลื่อนที่แนวเส้นตรง

$$v = u + at \qquad v^2 = u^2 + 2as$$

$$s = \frac{1}{2}(u + v)t \qquad s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

**การคิดเครื่องหมาย** ความเร็วใด ๆ ที่คำนวณจากสมการได้ค่าติดลบ

หมายถึง ความเร็วของวัตถุที่มีทิศทางตรงข้ามกับความเร็วต้น

การกระจัดที่เป็นค่าลบ หมายถึง ตำแหน่งที่วัตถุอยู่ จะวัดกลับทิศจากจุดกำเนิดไปยังจุดนั้น

ดังนั้นวัตถุเคลื่อนที่ไปทิศทางใดในแนวเส้นตรง

แล้วย้อนทางเดินกลับมาถึงจุดกำเนิดใหม่ การกระจัด จะมีค่าเป็นศูนย์

การกระจัดจึงไม่ได้หมายถึงระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้จริง ๆ ส่วนเวลา t จะมีค่าเป็นบวกเสมอ



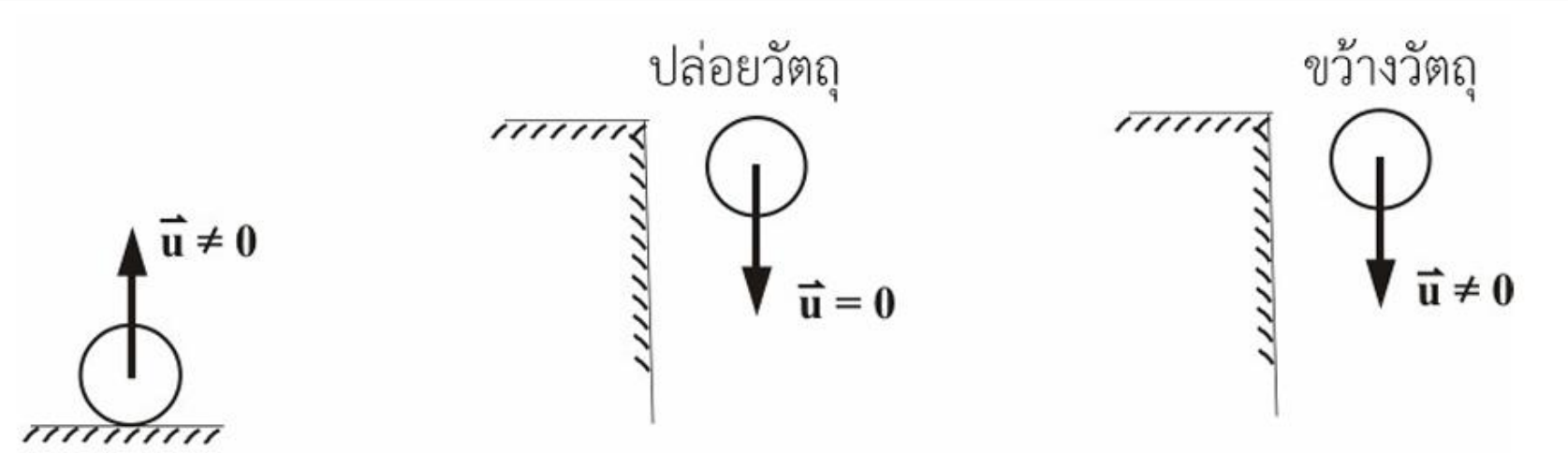
## การคำนวณการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง ภายใต้แรงดึงดูดของโลก

**การเคลื่อนที่ในแนวตั้ง ภายใต้แรงดึงดูดของโลก** คือ การเคลื่อนที่ของวัตถุที่ไม่มีเครื่องยนต์กลไกขับเคลื่อน ความเร่งของการเคลื่อนที่จะมีค่าคงที่ เท่ากับ  $9.81 \text{ m/s}^2$  สำหรับการเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีการขับเคลื่อนด้วยเครื่องยนต์ วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งของตัวเองไม่เกี่ยวกับค่า  $g$

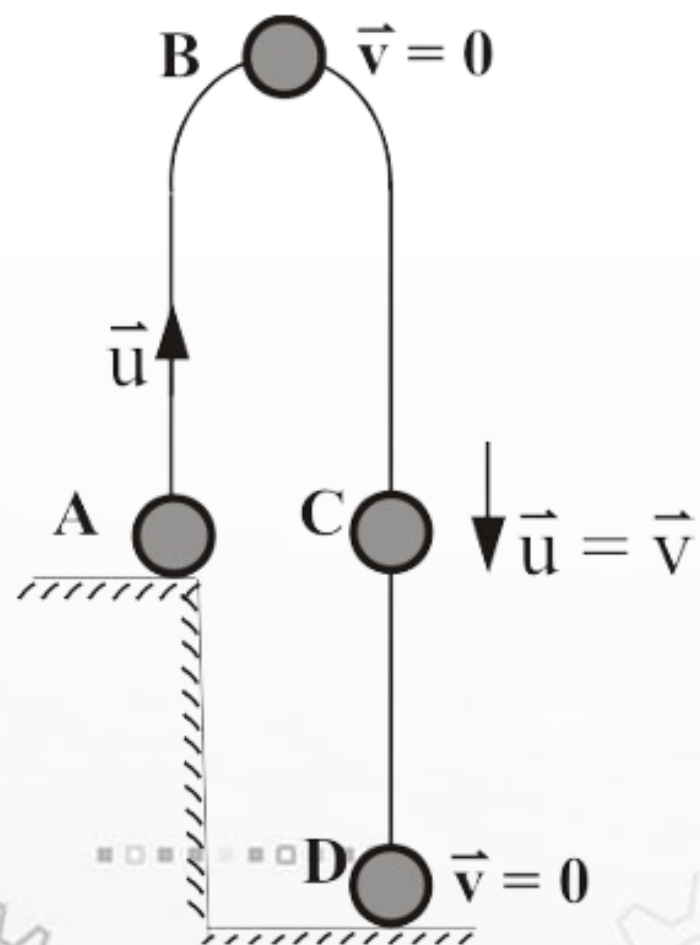
### 4.1

### ลักษณะการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง ภายใต้แรงดึงดูดของโลก

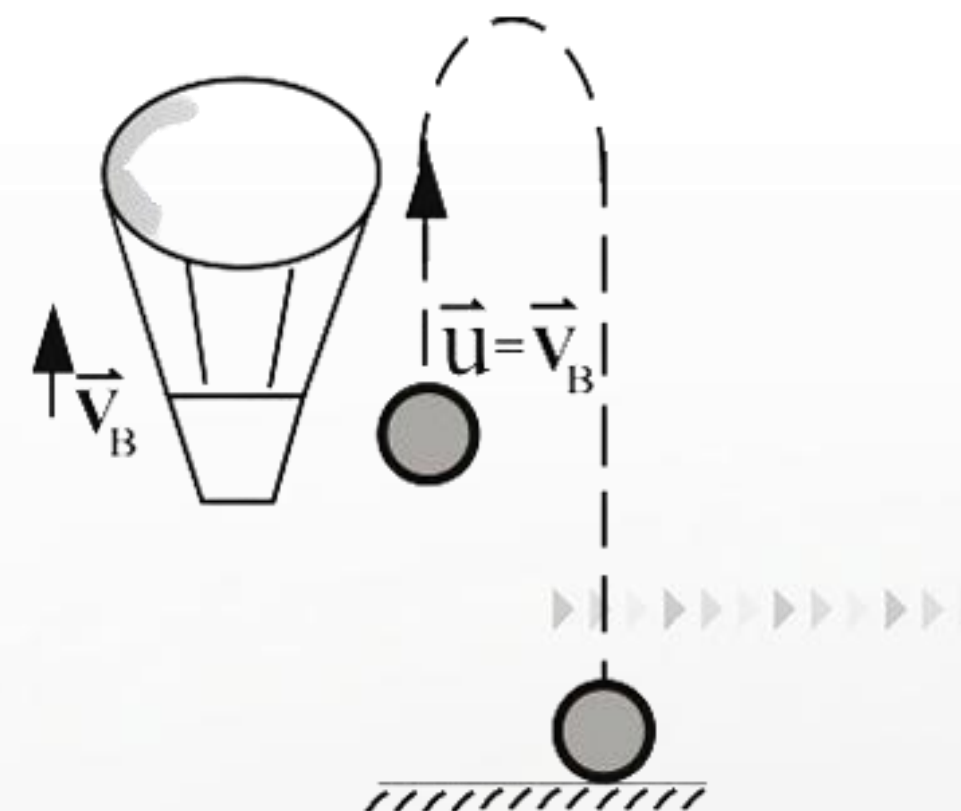
- 1 ความเร็วต้นจะต้องไม่เท่ากับศูนย์ ยกเว้นกรณีที่ปล่อยวัตถุ



- 2 ความเร็วที่จุดสูงสุดมีค่าเท่ากับศูนย์  
จากรูป จุด B มีค่าเท่ากับศูนย์ เวลาขาขึ้น  
เท่ากับเวลาขาลง และ  $\bar{u}$  ระดับเดียวกัน  
อัตราเร็วขาขึ้นเท่ากับอัตราเร็วขาลง



- 3 ปล่อยวัตถุจากเครื่องยนต์ที่กำลังเคลื่อนที่  
ถ้าปล่อยวัตถุจากบอลลูนที่กำลังเคลื่อนที่  
จากรูปความเร็วต้นของวัตถุจะเท่ากับ  
ความเร็วของบอลลูนขณะนั้น



4.2

สมการการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง ภายใต้แรงดึงดูดของโลก

สมการคำนวณจะพิจารณาจากสมการการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง โดยใช้ค่า  $g$  แทนค่า  $a$  จะได้สมการคำนวณการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง ภายใต้แรงดึงดูดของโลก ดังนี้

$$v = u + gt$$

$$v^2 = u^2 + 2gh$$

$$h = ut + \frac{1}{2}gt^2$$

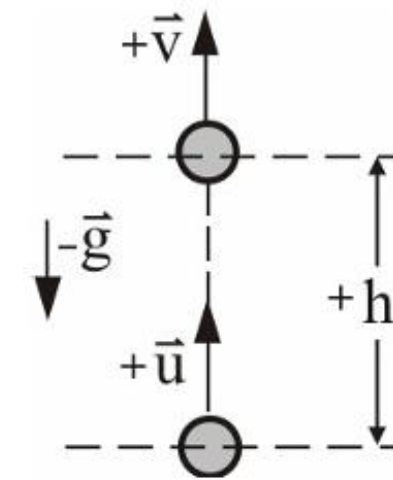
โดย	$u$	คือ	ความเร็วต้นในแนวตั้ง
	$v$	คือ	ความเร็วปลายในแนวตั้ง
	$t$	คือ	ช่วงเวลาในการเคลื่อนที่
	$g$	คือ	ความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วง
	$h$	คือ	ระยะกระจัดทางการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง

4.3

การคิดเครื่องหมายของปริมาณต่าง ๆ ในสมการคำนวณ

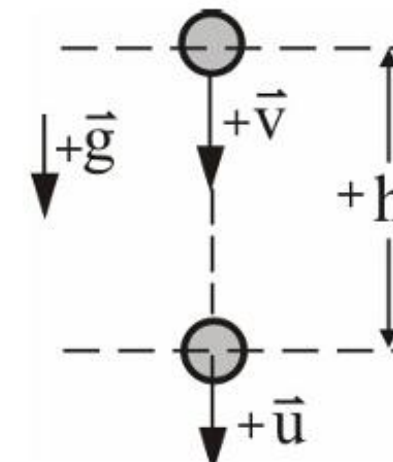
1 กรณีขว้างวัตถุขึ้นแต่ยังไม่ตกย้อนกลับลงมา

จากรูปกำหนดให้  $\vec{u}$  มีเครื่องหมายเป็นบวก (+) มีทิศทางขึ้น และจะพบว่า  $\vec{v}$  และ  $h$  มีทิศทางขึ้นด้วย จึงมีเครื่องหมายเป็นบวก ส่วน  $\vec{g}$  มีทิศทางลง ซึ่งตรงข้ามกับทิศทางของ  $\vec{u}$  จึงมีเครื่องหมาย เป็นลบ (-)



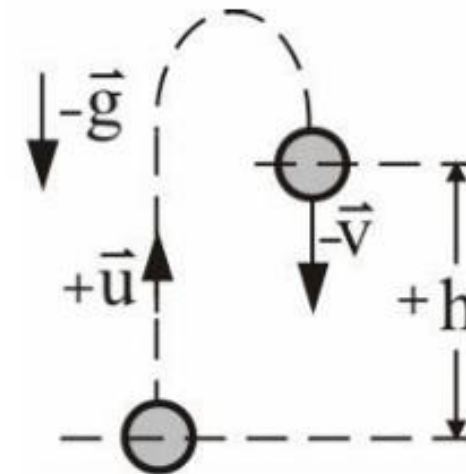
2 กรณีขว้างวัตถุลง

จากรูป กำหนดให้  $\vec{u}$  มีเครื่องหมายเป็นบวกมีทิศทางลง  $\vec{v}$ ,  $h$  และ  $\vec{g}$  ก็มีทิศทางลงทั้งหมด ดังนั้นจึงมีเครื่องหมายเป็นบวกทั้งหมด



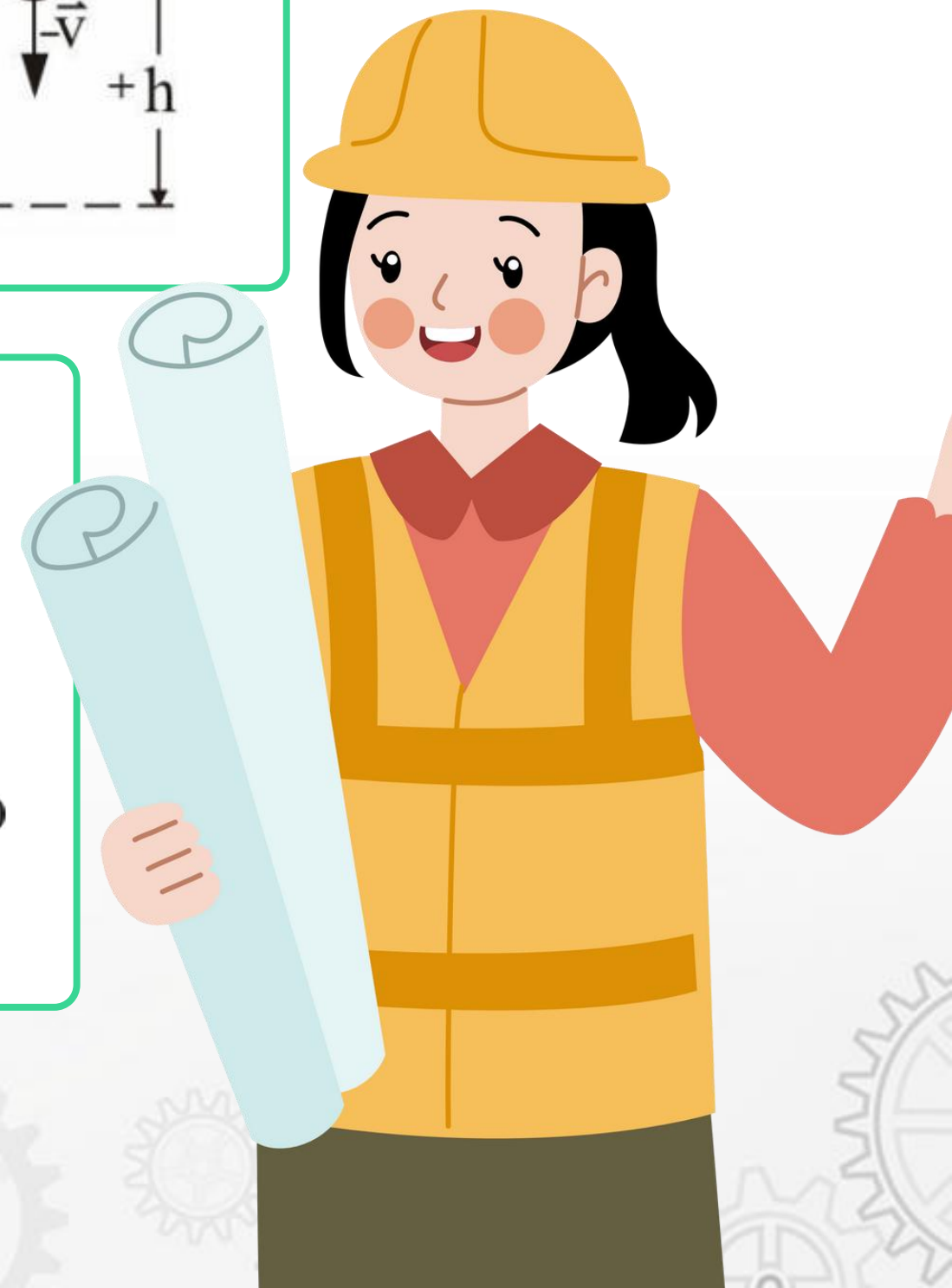
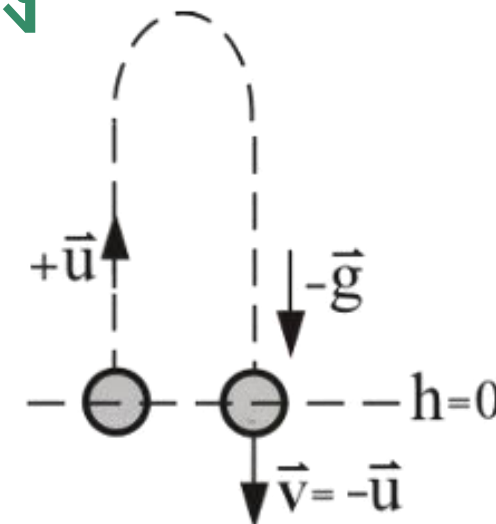
3 กรณีขว้างวัตถุขึ้นแล้วย้อนกลับตกลงมาแต่ยังไม่ถึงจุดขว้าง

จากรูปกำหนดให้  $\vec{u}$  มีเครื่องหมายเป็นบวก มีทิศทางขึ้น ส่วน  $\vec{v}$  และ  $\vec{g}$  มีทิศทางลงมีเครื่องหมายเป็นลบ



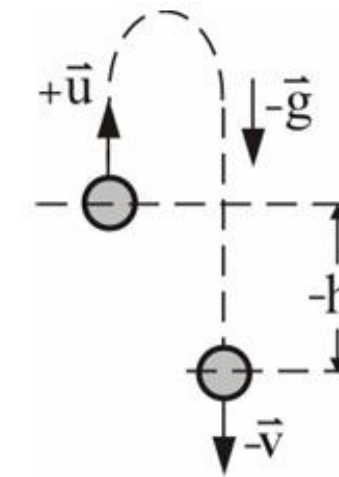
4 กรณีขว้างวัตถุขึ้นแล้วตกย้อนกลับลงมาเท่ากับจุดขว้าง

จากรูปกำหนดให้  $\vec{u}$  มีเครื่องหมายเป็นบวก มีทิศทางขึ้น  $1\text{g}$  มีทิศทางลงมีเครื่องหมายเป็นลบ  $\vec{v}$  มีทิศทางลง จึงมีเครื่องหมายเป็นลบ แต่มีค่าเท่ากับ  $\vec{u}$  ส่วน  $h$  มีค่าเท่ากับ 0



5 กรณีขว้างวัตถุขึ้นแล้วตกย้อนกลับลงมาต่ำกว่าจุดขว้าง

จากรูปกำหนดให้  $\vec{u}$  มีเครื่องหมายเป็นบวก มีทิศทางขึ้น ส่วน  $\vec{v}$ ,  $\vec{g}$  และ  $h$  มีทิศทางลง จึงมีเครื่องหมายเป็นลบ



สรุป

การคำนวณการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง ภายใต้แรงดึงดูดของโลก

การคำนวณการเคลื่อนที่ในแนวตั้งภายใต้แรงดึงดูดของโลกจะไม่มีเครื่องยนต์เป็นตัวขับเคลื่อน ลักษณะการเคลื่อนที่ความเร็วต้นจะต้องไม่เท่ากับศูนย์ ยกเว้นกรณีที่ปล่อยวัตถุ ส่วนสมการการเคลื่อนที่จะใช้สมการของการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงโดยเปลี่ยน  $a$  เป็น  $g$  และ  $s$  เป็น  $h$  การคิดเครื่องหมายในการคำนวณจะยึดทิศทางของความเร็วต้นเป็น **บวก** ส่วนปริมาณที่ตรงข้ามกับความเร็วต้นจะเป็น **ลบ**



## การคำนวณการเคลื่อนที่ในแนวโค้ง

### การเคลื่อนที่ในแนวโค้งหรือการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ (Projectile Motion)

เป็นรูปแบบหนึ่ง ของการเคลื่อนที่ซึ่งเกิดขึ้นจากวัตถุเคลื่อนที่ไปตามเส้นโค้งแบบพาราโบลา (Parabola) ภายใต้การกระทำของแรงโน้มถ่วงเท่านั้น การเคลื่อนที่ของวัตถุในวิถีโค้ง ประกอบไปด้วยการเคลื่อนที่ในแนวระดับ (แกน  $x$ ) จากแรงกระทำต่อวัตถุ และการเคลื่อนที่ในแนวตั้งจากอิทธิพลของแรงดึงดูดโลก (แกน  $y$ ) ซึ่งก่อให้เกิดการเคลื่อนที่ของวัตถุอย่างอิสระไปพร้อมกันในทั้ง 2 มิติ เช่น การเคลื่อนที่ของวัตถุ ที่ถูกขว้างออกไปในอากาศ หรือการยิงลูกธนูไปยังเป้าหมาย และในบทเรียนนี้จะยกเว้นผลกระทบของแรงต้านอากาศ

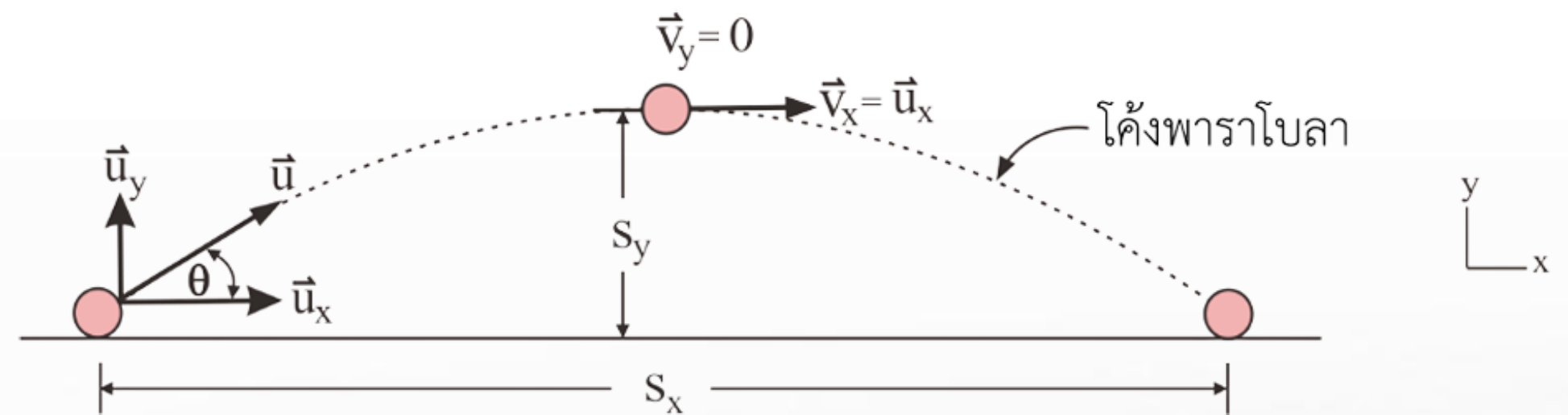
5.1

รูปแบบการเคลื่อนที่ในแนวโค้ง

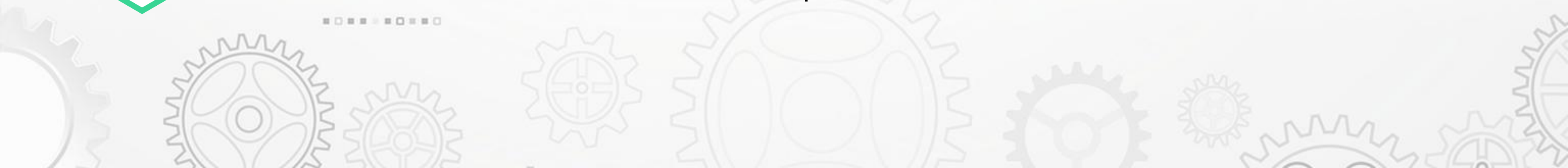
1 มีการเคลื่อนที่พร้อมกันใน 2 แกน คือ แนวระดับ ( $\vec{u}_x$ ) และแนวตั้ง ( $\vec{u}_y$ ) ตั้งฉากกัน

2 เส้นการเคลื่อนที่เป็นแบบโค้งพาราโบลา

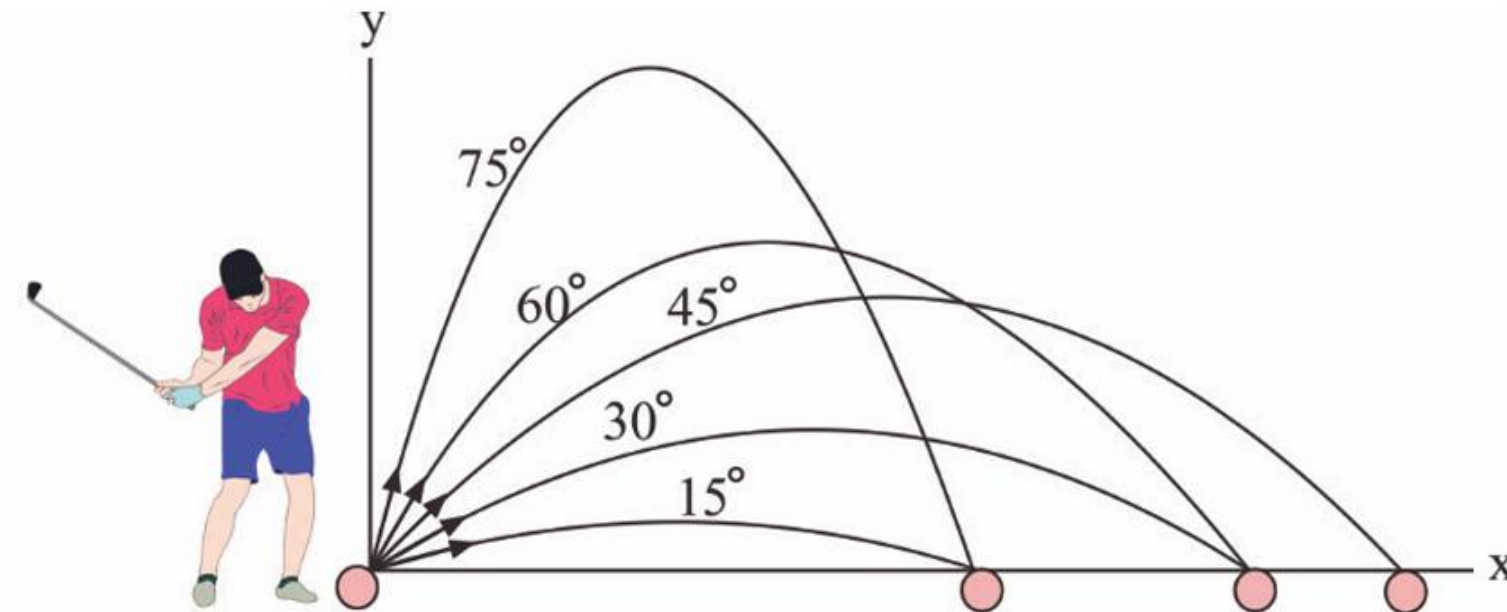
3 วัตถุใช้เวลาในการเคลื่อนที่ทั้งในแนวระดับและในแนวตั้งเท่ากัน



4 การกระจัดในแนวระดับเป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุภายใต้ความเร็วคงที่



5 การกระจัดในแนวตั้งเป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุ ภายใต้ความเร่งคงที่จากแรงโน้มถ่วงของโลก เช่นเดียวกับการตกอย่างเสรีของวัตถุในอากาศ



การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์นั้น ระยะตก (ระยะในแนวนอน) และความสูงสูงสุดที่วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นไป จะขึ้นอยู่กับ ขนาดของความเร็วต้น และ มุม ที่วัตถุถูกปล่อยออกไปจากจุดเริ่มต้น โดยทั่วไปวัตถุจะเคลื่อนที่ไปได้ไกลที่สุดในแนวนอน เมื่อมุมเริ่มต้นทำกับแนวระดับเป็น 45 องศา หากขนาดของความเร็วต้นคงที่ แต่ทิศทางของการเคลื่อนที่เริ่มต้นเปลี่ยนไป วัตถุอาจมีระยะตกเท่ากันได้ เมื่อมุมสองมุมรวมกันได้ 90 องศา ตัวอย่างเช่น การตีลูกกอล์ฟออกไปในแนวทำมุม 15 องศา จะมีระยะตกเท่ากับการตีลูกกอล์ฟในแนวทำมุม 75 องศา และการตีลูกกอล์ฟในแนวทำมุม 30 องศา ก็จะมีระยะตกเท่ากับการตีในแนวทำมุม 60 องศา

5.2

สมการการเคลื่อนที่ในแนวโค้ง

- 1 ในแนวระดับ ไม่มีแรงกระทำกับวัตถุจึงทำให้ไม่มีความเร่ง ( $\vec{a} = 0$ )  
 ดังนั้น ความเร็ว ในแกน x จึงคงที่ ( $\vec{u}_x = \vec{v}_x$ ) ได้สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน x คือ

$$s_x = v_x \cdot t$$

- 2 ในแนวตั้ง มีแรงกระทำกับวัตถุ  
 คือ แรงโน้มถ่วง ทำให้ในแนวแกน y  
 มีความเร่ง ( $\vec{a} = \vec{g}$ ) จึงต้องใช้สมการ  
 การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ คือ

$$v_y = u_y + gt$$

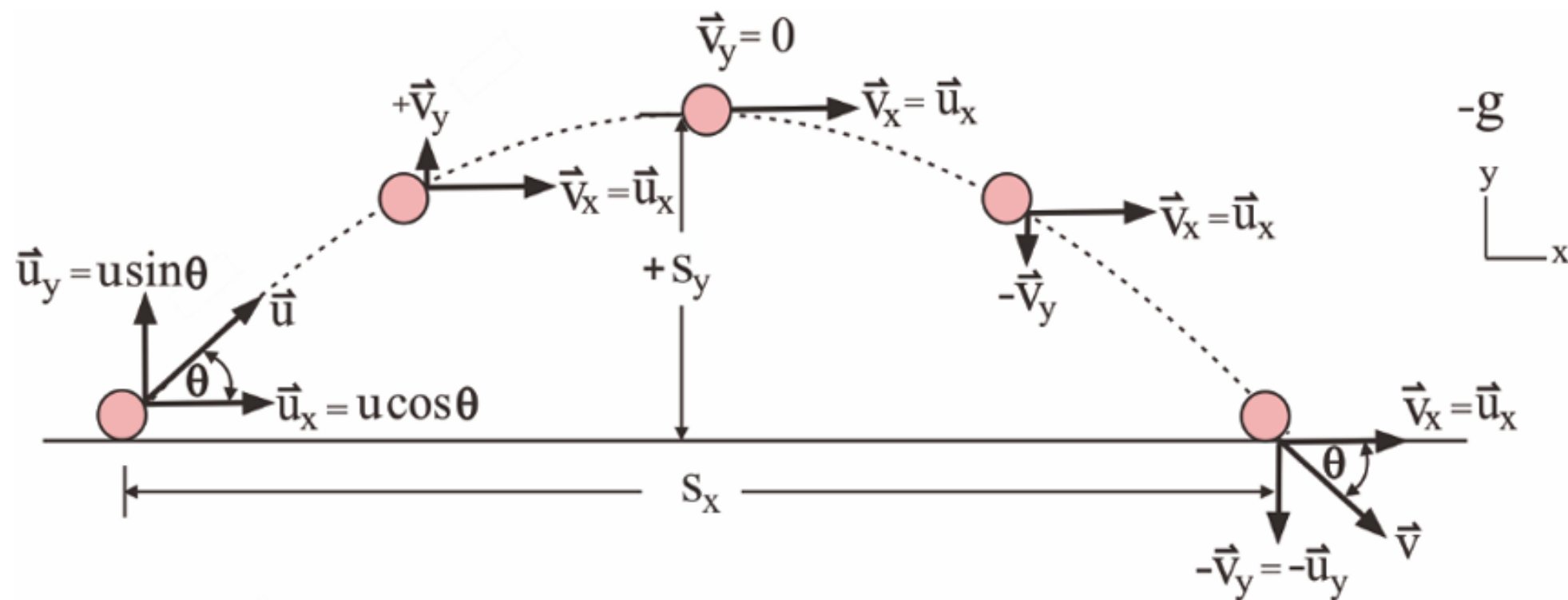
$$v_y^2 = u_y^2 + 2gs_y$$

$$s_y = u_y t + gt^2$$

$$s_y = \left( \frac{u_y t + v_y}{2} \right) t$$

5.3 รูปแบบของวัตถุเคลื่อนที่ตกในแนวโค้ง

รูปแบบที่ 1 วัตถุเคลื่อนที่ตกที่พื้นเท่ากับจุดเริ่มต้น



การเคลื่อนที่ในแนวโค้ง  
วัตถุเคลื่อนที่ตกเท่ากับจุดเริ่มต้น  
สามารถหาค่าสมการประยุกต์ได้ คือ

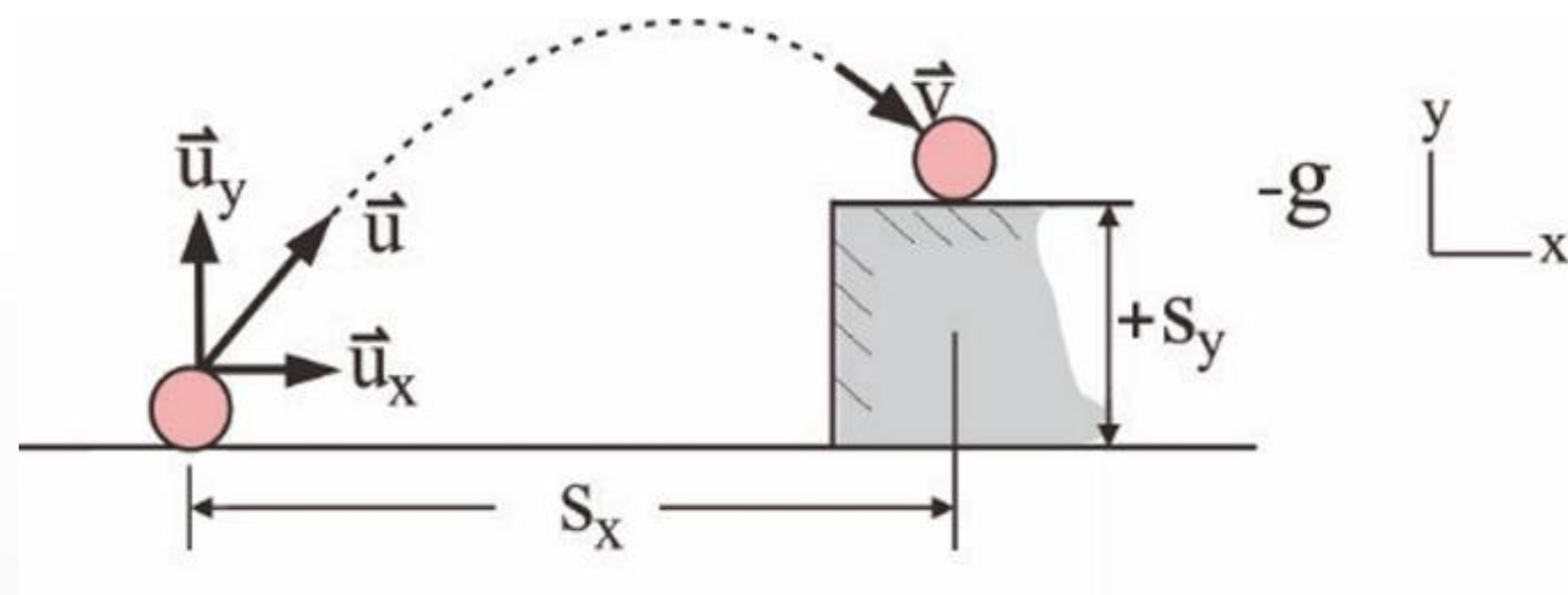
$$s_y = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$s_y = \frac{(u \sin \theta)^2}{2g}$$

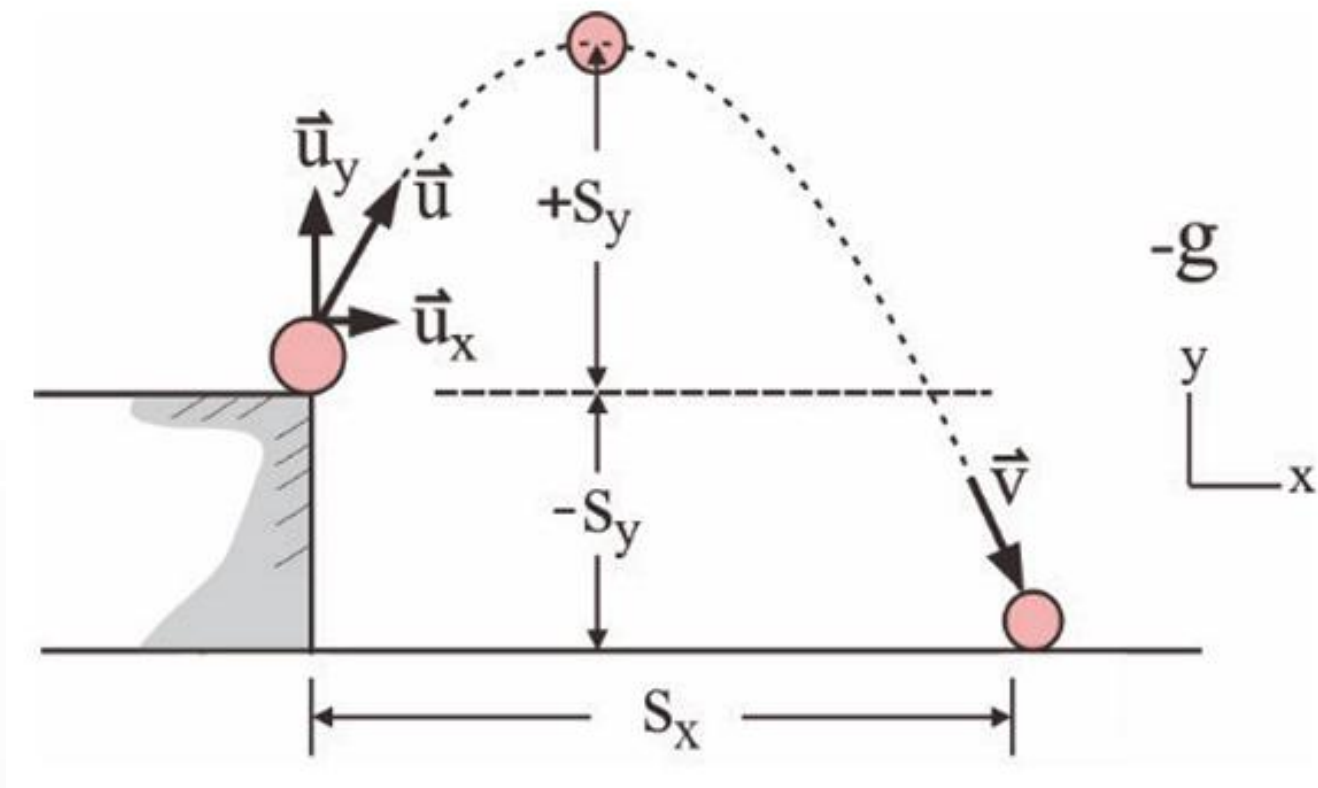
$$s_y = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{g}$$

$$t = \frac{2u \sin \theta}{g}$$

**รูปแบบที่ 2** วัตถุเคลื่อนที่ตก  
ที่พื้นสูงกว่าจุดเริ่มต้น

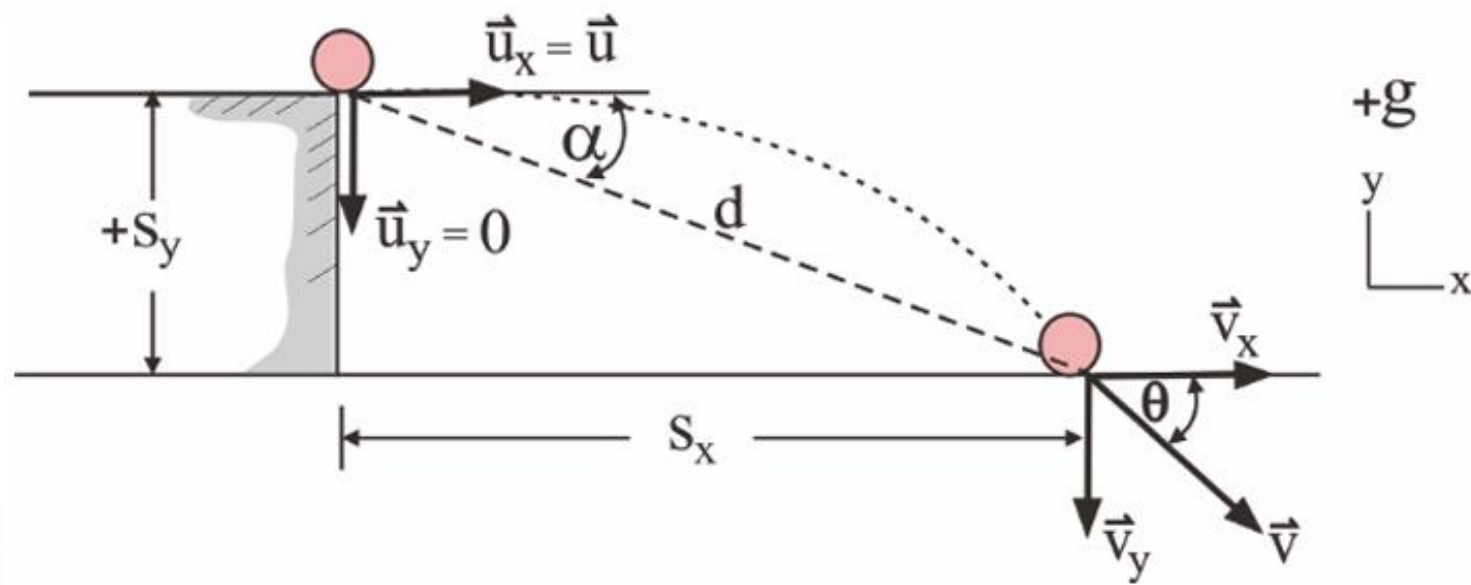


**รูปแบบที่ 3** วัตถุเคลื่อนที่ทำมุมเงยขึ้น  
และตกที่พื้นต่ำกว่าจุดเริ่มต้น



รูปแบบที่ 4

วัตถุเคลื่อนที่ในแนวระดับ และตกที่พื้นต่ำกว่าจุดเริ่มต้น



ขนาดการกระจัดลัพธ์

$$d = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$$

ทิศของการกระจัดลัพธ์

$$\tan \alpha = \frac{s_y}{s_x}$$

ขนาดของความเร็วลัพธ์

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

ทิศทางของความเร็วลัพธ์

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$$

รูปแบบที่ 5

วัตถุเคลื่อนที่ทำมุมก้มลง และตกที่พื้นต่ำกว่าจุดเริ่มต้น

