บทเรียนที่

3

สมดุล

วิชา กลศาสตร์เครื่องกล

1 สภาวะสมดุลของวัตถุ

1.1 ความหมายของสมดุล

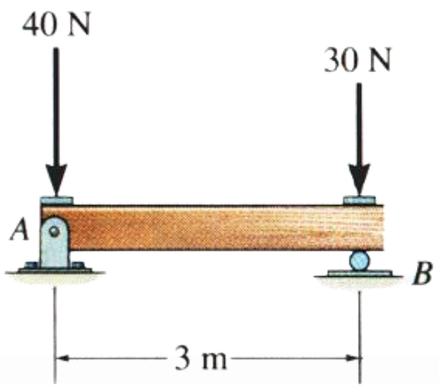
กฎข้อที่ 1 ของนิวตัน (Newton's first Law) "วัตถุจะรักษาสภาวะอยู่นิ่ง หรือสภาวะเคลื่อนที่อย่างสม่ำเสมอในแนวเส้นตรง นอกจากจะมีแรงลัพธ์มากระทำ"

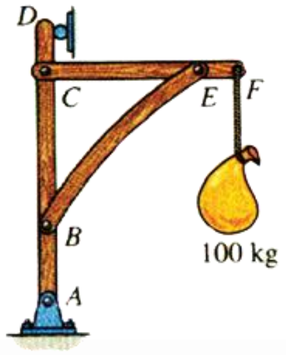
สมดุล คือ การที่วัตถุไม่เปลี่ยนแปลงสภาพการเคลื่อนที่เมื่อถูกแรงภายนอกมากระทำ

1.2 สภาวะสมดุลทางวัตถุ

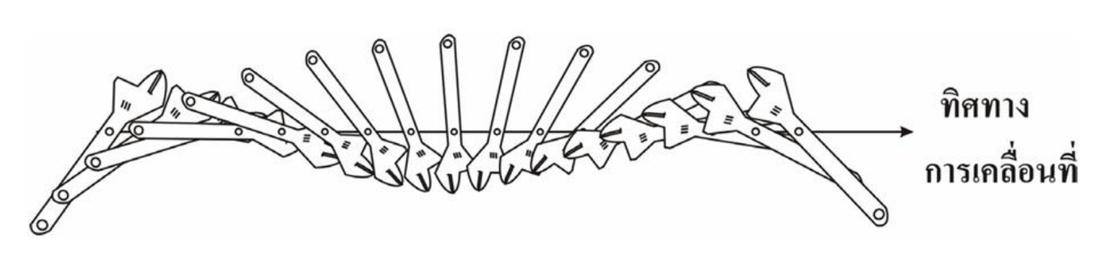
สภาวะสมดุลของวัตถุมี 2 สภาวะ คือ

1. **สมดุลสถิต (Static Equilibrium)** เป็นสมดุลที่เกิดเมื่อวัตถุอยู่นิ่ง ในวิชากลศาสตร์เครื่องกลเรียนเรื่องสมดุลสถิตเป็นหลัก





2. **สมดุลจลน์ (Dynamic Equilibrium)** เป็นสมดุล ที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ในแนวเส้นตรง



2 เงื่อนไขของสมดุล

ในกรณีสมดุลสถิตจะสมดุลเมื่อวัตถุอยู่นิ่ง
และการที่วัตถุอยู่นิ่ง หมายถึง วัตถุไม่เปลี่ยนใน 2 ประการ

1. ไม่เลื่อนตำแหน่ง
2. ไม่หมุน

3 สมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง

3.1 ความหมายสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง

ความหมายสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง หมายถึง เมื่อวัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล แรงลัพธ์ที่มากระทำ ย่อมเท่ากับศูนย์ เขียนเป็นสมการได้ คือ

$$\sum \vec{F} = 0$$

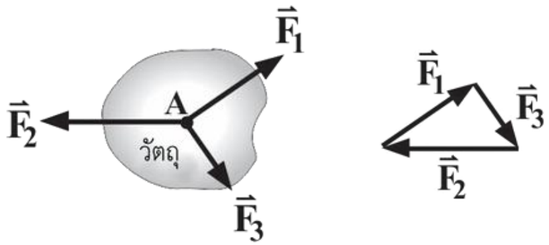
3.2 สมดุลของแรง 2 แรง

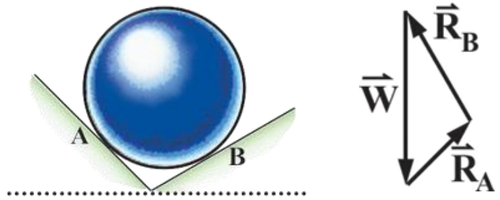
“แรง 2 แรงจะอยู่ในสมดุลได้ ก็ต่อเมื่อ แรง 2 แรงนั้นมีขนาดเท่ากัน มีทิศทางตรงข้าม และอยู่ในแนวเดียวกัน

สมดุลเมื่อ $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$

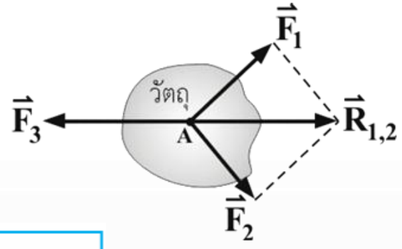
3.3 สมดุลของแรง 3 แรง

แรง 3 แรงในระนาบเดียวกันที่ไม่ขนานกัน จะอยู่ในสมดุลได้ก็ต่อเมื่อนำแรงทั้งสามมาเขียนเป็นรูปสามเหลี่ยมปิด $\sum \vec{F} = 0$



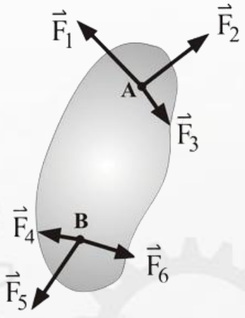


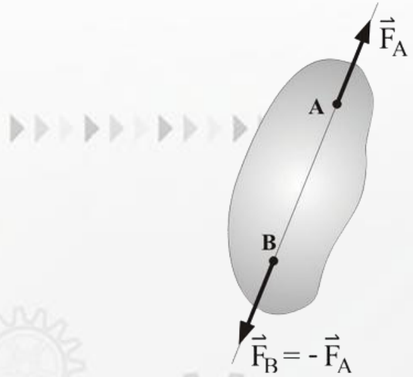
จากแรง 2 แรงใน 3 แรง รวมกันทางเวกเตอร์จะเท่ากับแรงที่ 3 และมีทิศทางตรงข้าม ดังรูป



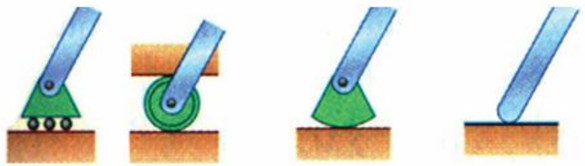
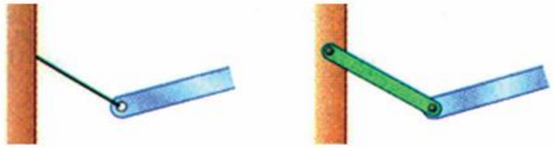
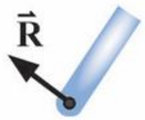
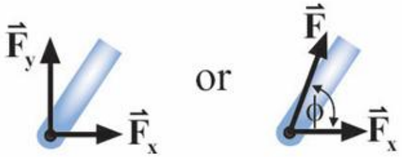
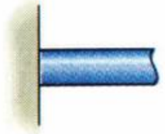
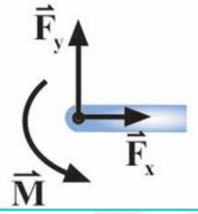
3.4 สมดุลของแรงมากกว่า 3 แรง

แรงทั้งหมดไม่จำเป็นต้องพบกันที่จุดเดียว และไม่จำเป็นต้องอยู่ในระนาบเดียวกัน เพียงให้ $\sum \vec{F} = 0$ จึงสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง





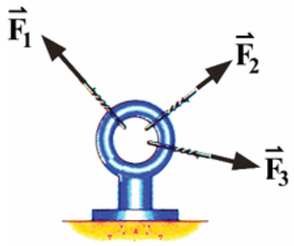
3.5 สมดุลของจุดรองรับ

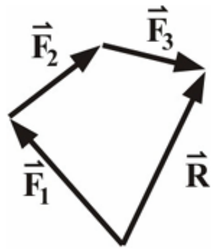
ลักษณะของจุดรองรับ	แรงที่จุดรองรับ
	
	
	
	

4 การแก้โจทย์ปัญหาสมดุลของการเลื่อนตำแหน่ง

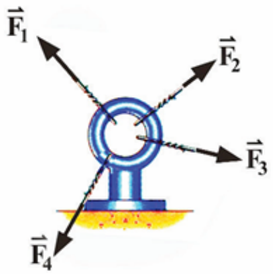
4.1 การเขียนรูปหลายเหลี่ยมแทนแรง (Polygon of Force)

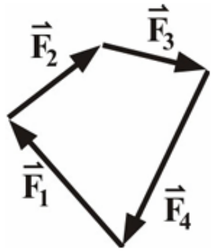
จากรูป เมื่อนำแรงทั้งสามมาเขียนแบบหางต่อหัว หัวลูกศรสุดท้าย ที่ไม่บรรจบที่หางของลูกศรแรก จะมีแรงลัพธ์เกิดขึ้น ดังนั้นถ้าจะทำให้สมดุล ต้องเพิ่มแรงเท่ากับแรงลัพธ์ แต่ทิศทางตรงข้ามเป็นแรง F ดังรูป





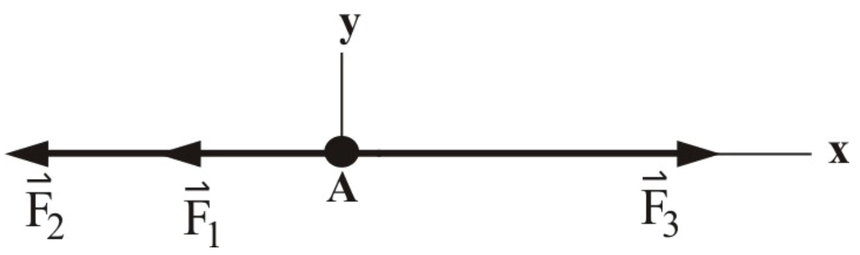
จากรูป เป็นสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง โดยการเขียนรูปหางต่อหัวของแรง 4 แรง ซึ่งถ้ามีจำนวนแรงมากกว่านี้ ก็สามารถที่จะเขียนหาแรงที่จะทำให้เกิดสมดุลได้





4.2 การแตกแรงแก้โจทย์ปัญหาสมดุล

การแตกแรงเข้าแกนอ้างอิงใช้ได้กับทุกโจทย์ จะมีกี่แรงก็ได้เพราะแรงลัพธ์เป็นศูนย์ เมื่อจุด A อยู่ในสภาวะสมดุล



เขียนเป็นสมการจะได้ $\sum \vec{F}_x = 0$ คือ ผลรวมของแรงย่อยในแนวแกน x = 0

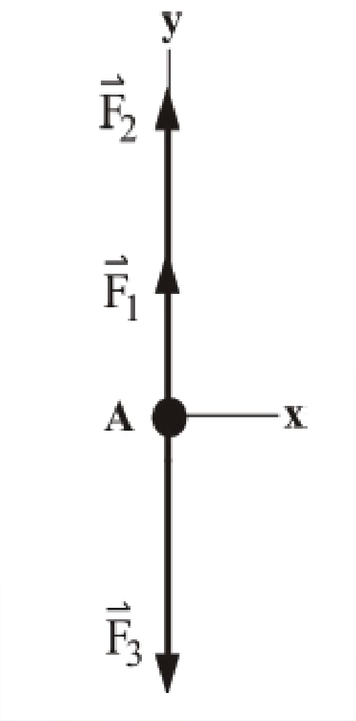
จากรูป จะได้

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3$$

เมื่อ $\sum \vec{F}_x = 0$ จะได้

$$\sum \vec{F}_x = \vec{F}_3 - \vec{F}_1 - \vec{F}_2$$

เมื่อจุด A อยู่ในสภาวะสมดุล



เขียนเป็นสมการจะได้

$\sum \vec{F}_y = 0$ คือ ผลรวมของแรงย่อยในแนวแกน y = 0

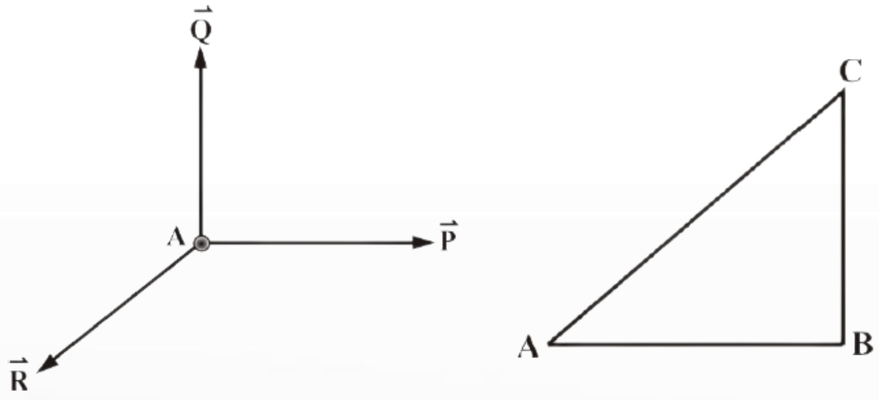
จากรูป จะได้

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3$$

เมื่อ $\sum \vec{F}_y = 0$ จะได้ $\sum \vec{F}_y = \vec{F}_3 - \vec{F}_1 - \vec{F}_2$

4.3 ทฤษฎีสามเหลี่ยมแทนแรง

ทฤษฎีสามเหลี่ยมแทนแรง หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามสมนัยกับแรงที่สมดุลกัน หรือ "อัตราส่วนของแรงต่อต้านที่ขนานกับแรงของรูปสามเหลี่ยม จะมีค่าคงที่เสมอ"



จากรูปที่กำหนดให้

แรง $\vec{P}$ แทนด้วยด้าน AB

แรง $\vec{Q}$ แทนด้วยด้าน BC

แรง $\vec{R}$ แทนด้วยด้าน AC

ผลที่ได้เป็นสมการ คือ

$$\frac{\vec{P}}{AB} = \frac{\vec{Q}}{BC} = \frac{\vec{R}}{AC}$$

การนำไปใช้

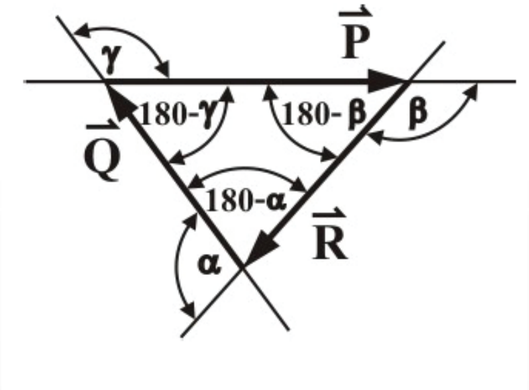
1. ต้องทราบจุดพบกันของแรงทั้ง 3 แรง
2. เขียนเส้นด้านทั้ง 3 ด้าน เป็นรูปสามเหลี่ยมปิด
3. ต้องทราบค่าตัวแปร ความยาวด้านและขนาดของแรง 3 ใน 4 ตัวแปร เช่น ต้องการหาค่าแรง T

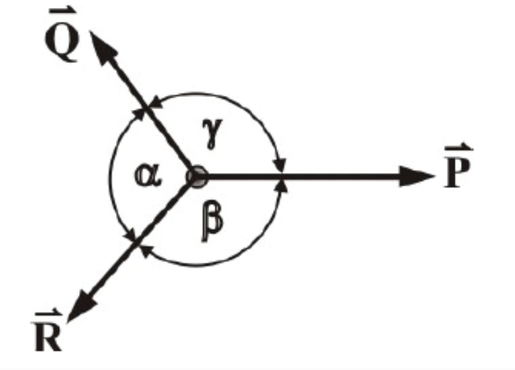
   ต้องทราบขนาดแรง 1 แรง ความยาวด้าน 2 ด้าน $\left[\frac{3}{2}=\frac{T}{4}\right]$ หรือ ต้องการหาค่าความยาวด้าน AB

   ต้องทราบขนาดของแรง 2 แรง และความยาวด้าน 1 ด้าน $\left[\frac{3}{AB}=\frac{6}{4}\right]$

4.4 ทฤษฎีของลามี (Lami's Theorem)

"ถ้ามีแรง 3 แรงมากระทำร่วมกันที่จุดจุดหนึ่ง อัตราส่วนของแรงต่อ sin มุมตรงข้ามย่อมมีค่าเท่ากัน"





จากรูป จะได้

$$\frac{P}{\sin(180-\alpha)} = \frac{Q}{\sin(180-\beta)} = \frac{R}{\sin(180-\gamma)}$$

$$\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$$

5 สมดุลต่อการหมุน

5.1 ความหมายในสมดุลสถิต

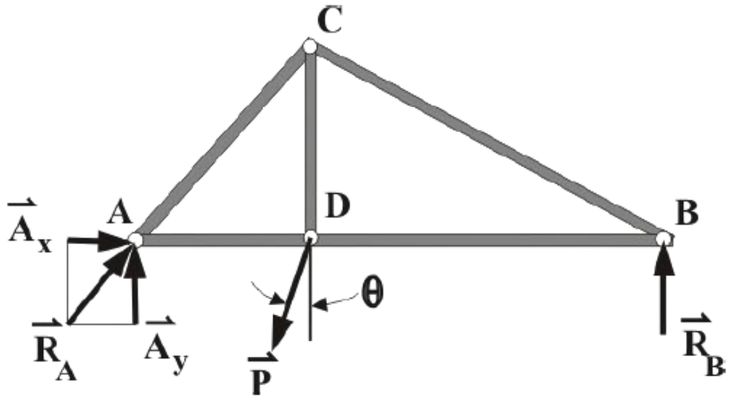
การที่วัตถุไม่หมุน เรียกว่า สมดุลต่อการหมุน หรือสมดุลโมเมนต์นั่นเอง
ดังนั้น เมื่อระบบอยู่ในสภาวะสมดุล ผลรวมโมเมนต์รอบจุดใด ๆ จะเท่ากับศูนย์เสมอ ได้สมการเป็น

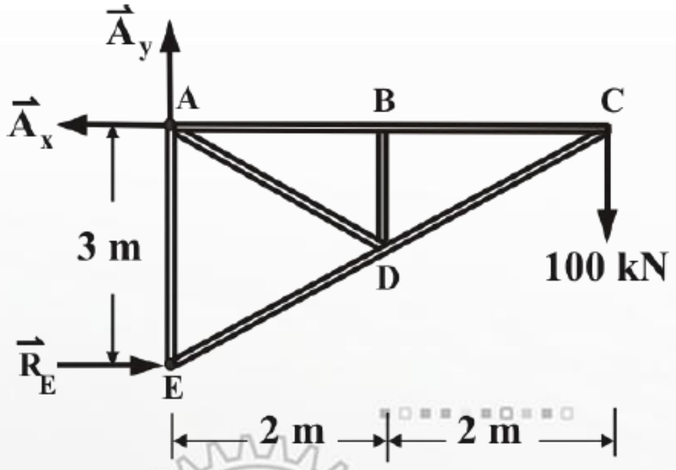
$$\sum \vec{M} = 0 \text{ หรือ}$$

ผลรวมของโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา = ผลรวมของโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา

5.2 การเลือกกำหนดจุดหมุน

1 จะต้องไม่ใช่จุดที่มีแรงที่ต้องการหาค่าผ่าน
ถ้าต้องการหาค่า $\vec{R}_A$ ไม่ควรเลือกจุด A เป็นจุดหมุน ดังรูป





2 เลือกจุดที่มีแรงไม่ทราบค่าผ่านหลาย ๆ แรง ซึ่งจุด A เป็นจุดที่สมควรเลือกเป็นจุดหมุน เนื่องจากมีแรงไม่ทราบค่าผ่านมากที่สุด เพราะแรง $\vec{A}_x$ และ $\vec{A}_y$ ไม่ทำให้เกิดโมเมนต์ เมื่อกำหนดจดุ A นี้เป็นจุดหมุน ดังรูป