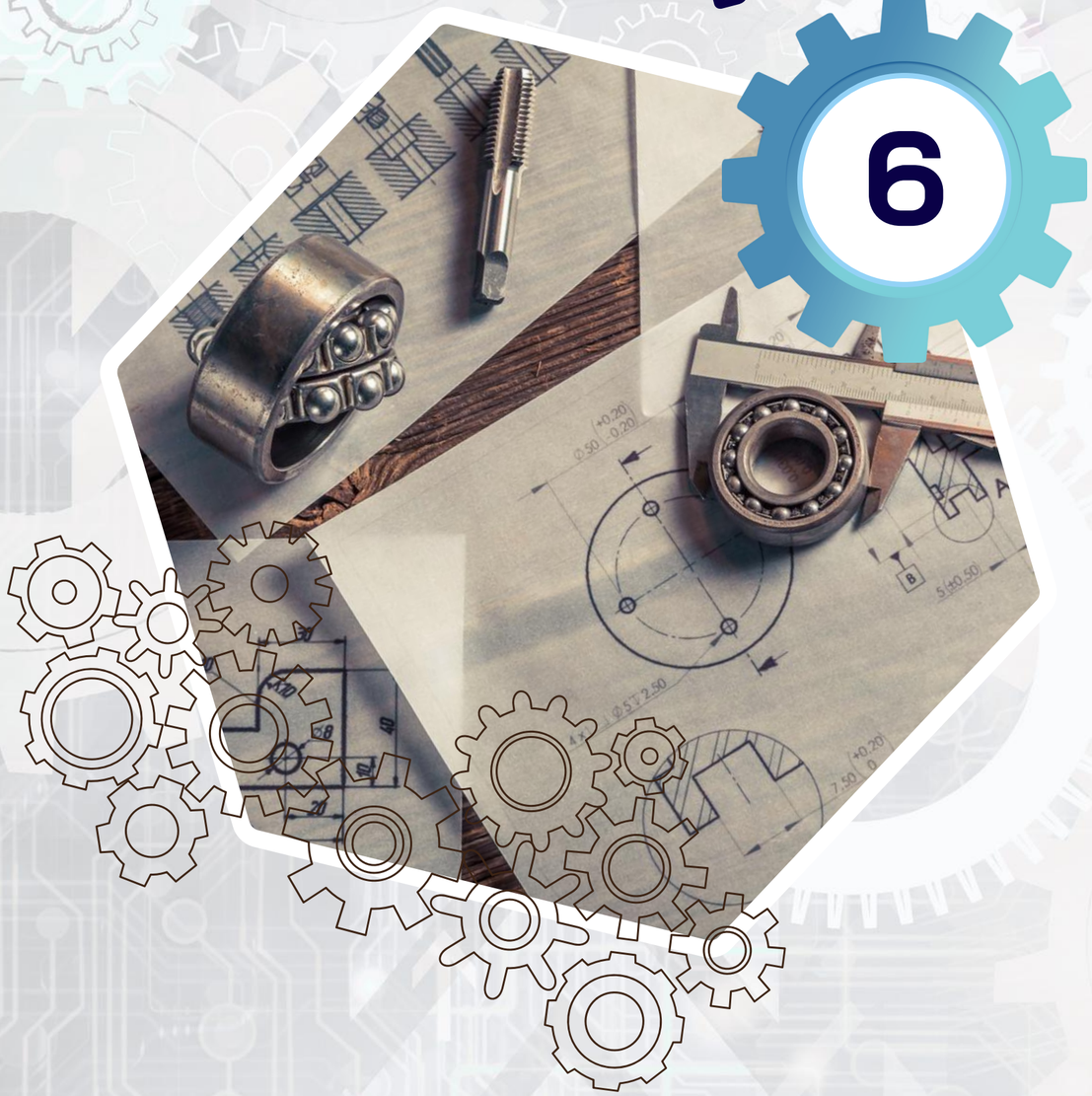
บทเรียนที่

6



งานและพลังงาน

วิชา กลศาสตร์เครื่องกล

1 งาน

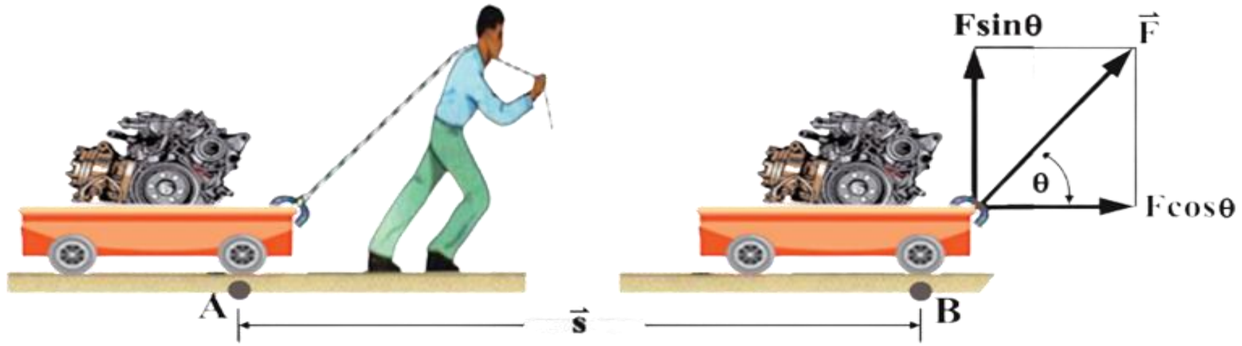
1.1 ชนิดของงาน (Work) เมื่อแรงคงที่

1 **งานที่เกิดจากแรงกระทำ** งานจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุและทำให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่กระจัดตามแนวของแรงนั้น เมื่อแรง $\vec{F}$ และระยะกระจัด $\vec{s}$ อยู่ในแนวเดียวกัน

งาน = แรง × ระยะที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ตามทิศทางของแรง

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

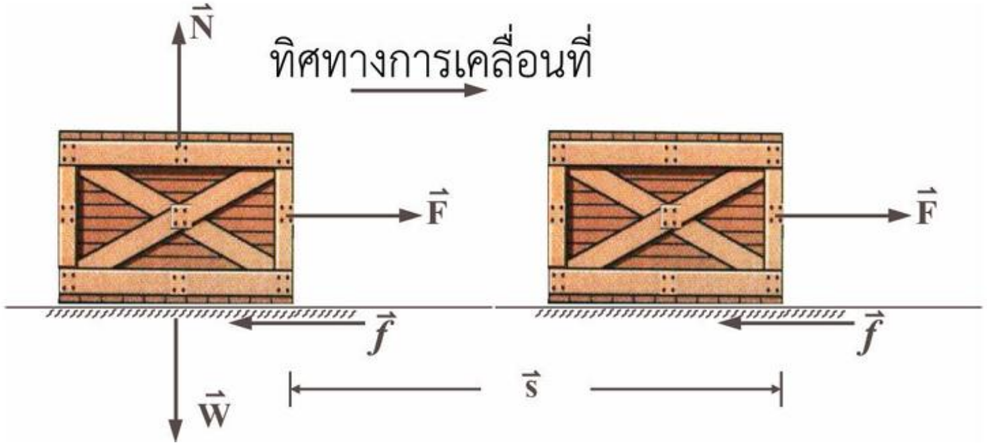
เมื่อแรง $\vec{F}$ และระยะกระจัด $\vec{s}$ ไม่อยู่ในแนวเดียวกัน



ถ้ามุมระหว่างแรง $\vec{F}$ กับระยะกระจัดเท่า θ ตามรูปที่ 6.2 องค์ประกอบของแรง $\vec{F}$ ตามแนวระยะกระจัดเท่ากับ $\vec{F}\cos\theta$ จะได้สมการ

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}\cos\theta$$

2 งานที่เกิดจากแรงเสียดทานหรืองานที่สูญเสีย

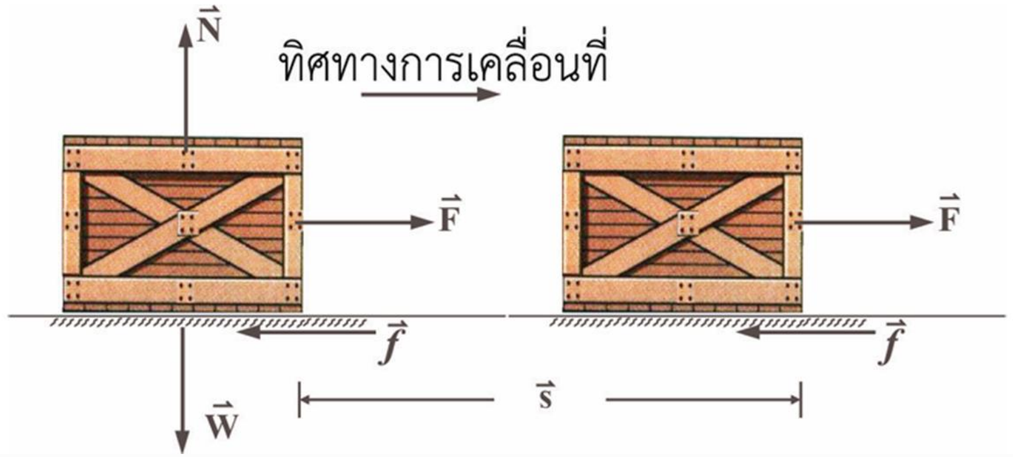


จากรูป แรง $\vec{N}$ กับแรง $\vec{W}$ ไม่ทำให้เกิดงาน
เนื่องจากมีทิศทางตั้งฉากกับการเคลื่อนที่งาน
จึงมีแรง $\vec{F}$ กับแรงเสียดทาน $\vec{f}$ ที่จะทำให้เกิดงาน
ในที่นี้จะพิจารณางานที่เกิดจากแรงเสียดทานหรืองานที่สูญเสีย
จะมีทิศทางตรงกับแรงกระทำ สมการของงานจะได้ดังนี้

$$W = \vec{f} \cdot \vec{s}\cos 180^\circ$$

$$W = -\vec{f} \cdot \vec{s}$$

3 งานที่เกิดทั้งหมด



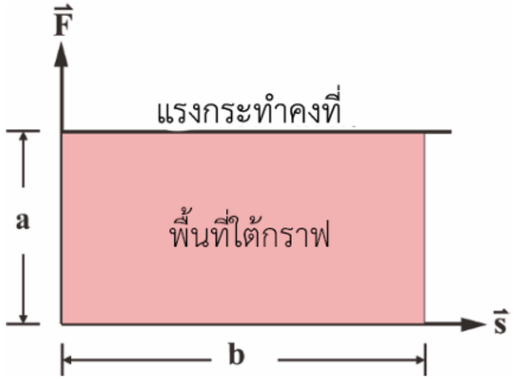
จากรูป มีทั้งงานที่เกิดจากแรง $\vec{F}$ กระทำ และงานที่เกิดจากแรงเสียดทาน สมการของงานจะได้ดังนี้

$$W_{\text{ทั้งหมด}} = W_{\text{แรงกระทำ}} - W_{\text{งานที่สูญเสีย}}$$

1.2 งานเกิดจากแรงไม่คงที่

เมื่อแรงที่กระทำต่อวัตถุมีขนาดไม่คงที่ จะต้องใช้การหาพื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงและขนาดของการกระจัดมาช่วยในการหางาน

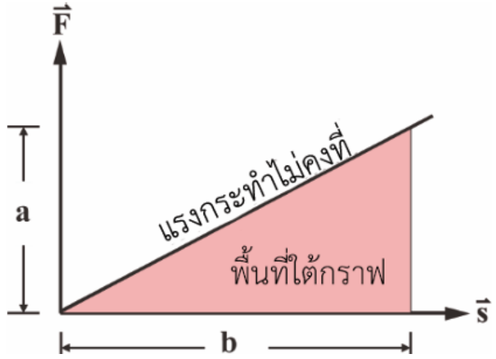
1 เมื่อแรงมีขนาดคงที่



งานที่ทำ = พื้นที่ใต้กราฟรูปสี่เหลี่ยม

= (a)(b)

2 เมื่อแรงมีขนาดไม่คงที่

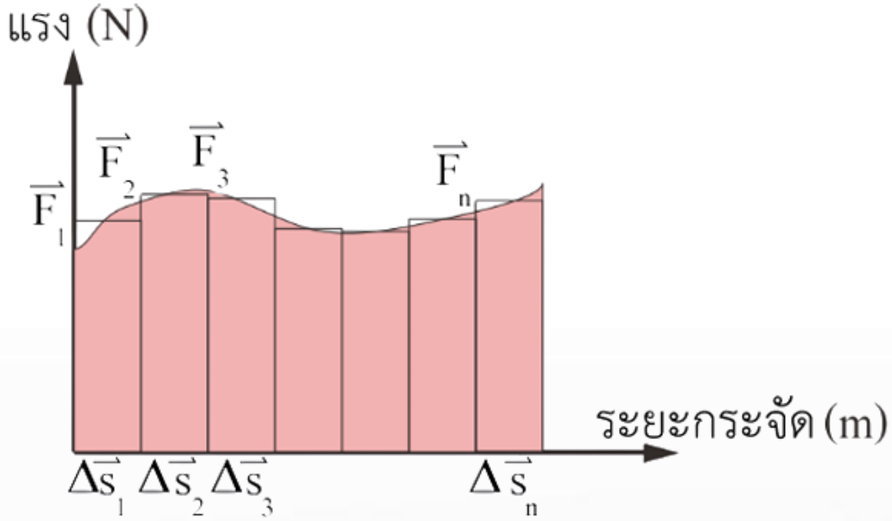


งานที่ทำ = พื้นที่ใต้กราฟรูปสามเหลี่ยม

$= \left(\frac{1}{2}\right)(b)(a)$

3 เมื่อแรงมีขนาดไม่สม่ำเสมอ

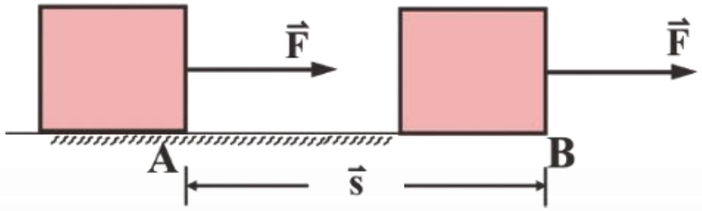
จากรูปการหาพื้นที่ใต้กราฟที่มีขนาดไม่สม่ำเสมอ ต้องใช้การอินทิเกรต ซึ่งต้องเรียนในระดับมหาวิทยาลัย จึงจะมีความถูกต้องมากกว่า สำหรับในที่นี้สามารถหาพื้นที่ใต้กราฟได้ โดยสร้างสี่เหลี่ยมย่อยเล็ก ๆ พื้นที่สี่เหลี่ยมย่อย ๆ จะมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างแรงย่อยกับระยะทางย่อย $(\Delta\vec{s})$ ขนาดของงานทั้งหมดมีค่าเท่ากับผลบวกของพื้นที่สี่เหลี่ยมย่อย ๆ ทั้งหมด ถ้าสามารถสร้างสี่เหลี่ยมย่อยได้เล็กมาก จะทำให้การหาขนาดของงานมีความถูกต้องมากขึ้น



$$\text{งานที่ทำ} = \vec{F}_1\Delta\vec{s}_1 + \vec{F}_2\Delta\vec{s}_2 + \vec{F}_3\Delta\vec{s}_3 + \ldots + \vec{F}_n\Delta\vec{s}_n$$

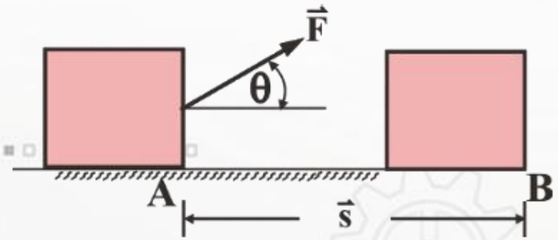
การใช้งานพื้นที่ใต้กราฟในการหาค่าของงาน
มีข้อควรพิจารณาจากโจทย์คำถามกรณีมุมของแรงกระทำ ได้แก่

กรณี 1 ถ้าแรงขนานกับระยะกระจัด งานเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟ



$$W = \vec{F}\ \vec{s}$$
$$= \text{พื้นที่ใต้กราฟ}$$

กรณี 2 ถ้าแรงไม่ขนานกับระยะกระจัด งานเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟต้องคูณด้วย $\cos\theta$



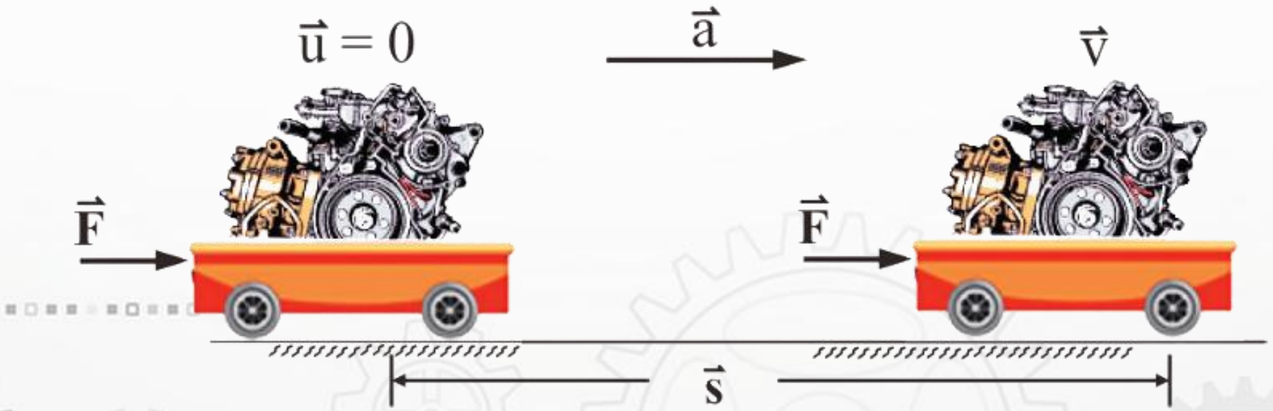
$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}\cos\theta$$
$$= \text{พื้นที่ใต้กราฟ} \times \cos\theta$$

พลังงาน

พลังงาน (Energy) คือ ความสามารถในการทำงานของสิ่งมีชีวิต วัตถุ หรือสสารต่าง ๆ เช่น การเคลื่อนที่การหายใจ หรือการเปลี่ยนแปลงสถานะของสสาร กระบวนการเหล่านี้สามารถดำเนินต่อไปได้เพราะพลังงานในธรรมชาติ โดยพลังงานนั้นเป็นปริมาณพื้นฐานของระบบที่ไม่มีวันสูญสลาย แต่สามารถเปลี่ยนไปอยู่ในรูปแบบต่าง ๆ ได้ ตามกฎการอนุรักษ์พลังงาน (Law of Conservation of Energy) โดยพลังงานมีทั้งหมด 6 ประเภท แต่ในวิชากลศาสตร์เครื่องกลจะศึกษาพลังงานที่เกิดจากแรงโน้มถ่วง คือ พลังงานกลที่สามารถแบ่งออกเป็น 2 รูปแบบ ได้แก่

2.1 พลังงานจลน์ (Kinetic Energy : E_k)

พลังงานจลน์คือพลังงานที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของวัตถุ เช่น รถยนต์วิ่ง เครื่องบินบิน หรือน้ำไหล วัตถุที่เคลื่อนที่เท่านั้นจึงจะมีพลังงานจลน์ โดยวัตถุที่อยู่นิ่งจะไม่มีพลังงานจลน์ ปริมาณพลังงานจลน์ (E_k) ขึ้นอยู่กับมวลและความเร็วของวัตถุ หากวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง พลังงานจลน์ก็จะยิ่งมาก พลังงานจลน์ถือเป็นพลังงานกลรูปแบบหนึ่งที่สามารถเปลี่ยนรูปกลับไปกลับมาได้ และสามารถคำนวณได้จากสมการการเคลื่อนที่เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำต่อวัตถุจนเกิดความเร่ง



แรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุ จนขนาดของความเร็วของวัตถุเปลี่ยนไป ทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุเปลี่ยนไปจากเดิม พบว่างานที่แรงนั้นกระทำต่อวัตถุมีค่าเท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุที่เปลี่ยนไป

$$W = \Delta E_k$$

ดังนั้น สมการพลังงานจลน์จะได้ $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

เมื่อ E_k คือ พลังงานจลน์ มีหน่วยเป็นจูล (J)

m คือ มวลของวัตถุ มีหน่วยเป็นกิโลกรัม (kg)

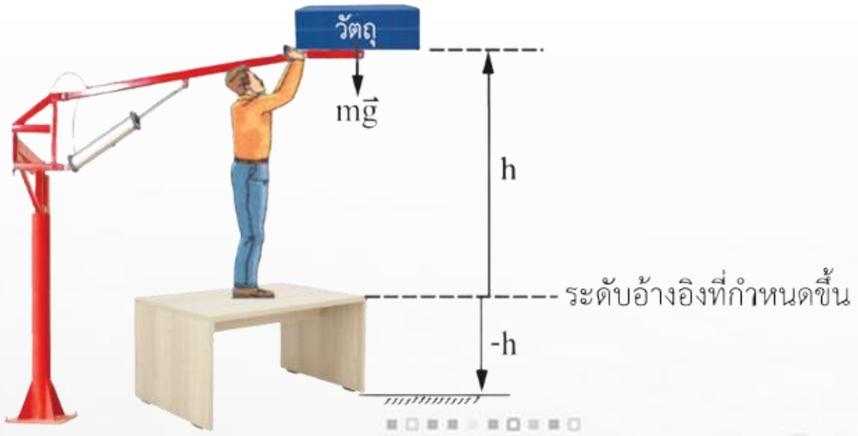
v คือ ความเร็วของวัตถุ มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที (m/s)

พลังงานจลน์เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็นจูล (J) และมีค่าเป็นบวก (+) เสมอ

2.2 พลังงานศักย์ (Potential Energy : E_p)

พลังงานศักย์ คือ พลังงานที่สะสมอยู่ในวัตถุหรือสสารที่หยุดนิ่งอยู่กับที่
โดยพลังงานศักย์สามารถจำแนกออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1 พลังงานศักย์โน้มถ่วง (Gravitational Potential Energy)



พลังงานศักย์ที่สะสมอยู่ในวัตถุ โดยมีค่าขึ้นอยู่กับมวลของวัตถุ
และระดับความสูงจากพื้นโลก หรือจากระดับอ้างอิงที่กำหนดขึ้น
สามารถหาค่าได้จากงานที่เกิดจากการเปลี่ยนตำแหน่ง
ในแนวดิ่งของวัตถุ เช่น การตกของวัตถุจากที่สูง หรือการปล่อยตุ้ม
ตอกเสาเข็ม พลังงานศักย์โน้มถ่วงเป็นปริมาณสเกลาร์
ซึ่งหมายถึงมีแต่ขนาดไม่มีทิศทาง

จากรูปการยกวัตถุมวล m จากพื้นโต๊ะสูง h ซึ่งเป็นระดับอ้างอิง
เมื่อวัตถุตกลงมาโดยมีแรงดึงดูดของโลก $\vec{g}$ ที่กระทำต่อวัตถุ งานที่กระทำบนวัตถุจะได้

$$W = \vec{F}\ \vec{s}\cos 0^\circ$$
$$= mgh$$

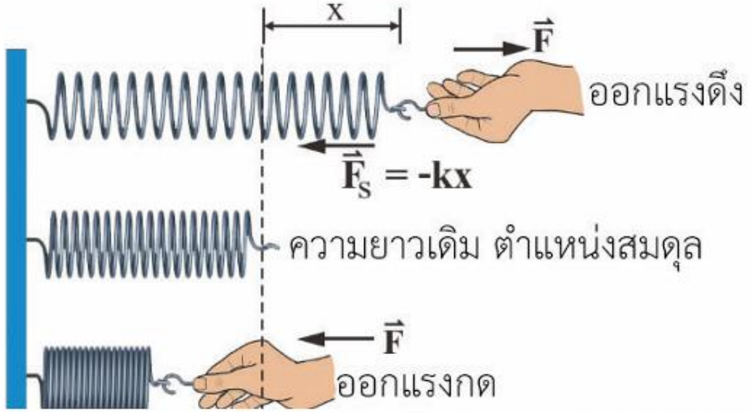
ดังนั้น สมการพลังงานศักย์โน้มถ่วง $E_p = mgh$

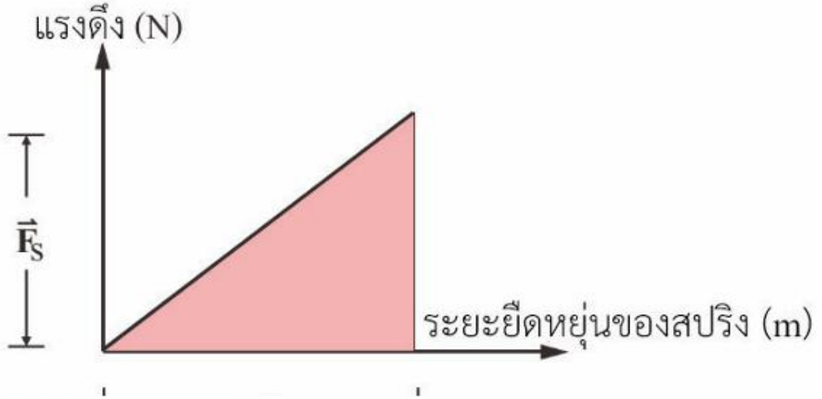
เมื่อ E_p คือ พลังงานศักย์ (J)
m คือ มวลของวัตถุ (kg)
g คือ ความเร่งจากแรงโน้มถ่วงโลก (m/s^2)
h คือ ความสูงจากระดับอ้างอิง (m)

2 พลังงานศักย์ยืดหยุ่น (Elastic Potential Energy : Ep_s)

เป็นพลังงานที่สะสมอยู่ในวัตถุ ที่มีความยืดหยุ่น ซึ่งสะสมอยู่ในรูปของการหดตัว บิดเบี้ยว หรือโค้งงอ จากการได้รับแรงกระทำ ก่อนมีแรงดึงตัวกลับเพื่อคืนสู่สภาพเดิม

เช่น ระบบคันธนูและลูกศร เมื่อคันธนูถูกดึงด้วยเส้นใยยืดหยุ่น พลังงานศักย์ยืดหยุ่นจะไปถึงระดับสูงสุด ทำให้ไม่งอเล็กน้อย แต่ความเร็วยังคงเป็นศูนย์ในเวลาต่อมา พลังงานศักย์จะถูกแปลงเป็นพลังงานจลน์ และลูกศรจะพุ่งออกไปด้วยความเร็ว หรืออีกตัวอย่าง คือ สปริง ดังรูป





สปริงหรือขดลวด จะมีพลังงานที่อยู่ในสปริง ซึ่งขยายตัวหรือหดตัวเนื่องจากแรงภายนอก และกลับสู่ตำแหน่งเดิมเมื่อไม่มีแรงภายนอกอีกต่อไป เมื่อนำการออกแรงต่อสปริง มาเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับระยะยืดหยุ่นของสปริงแปรผันตรงกันได้ใช้สมการของงานเพื่อหาสมการพลังงานศักย์ยืดหยุ่น

$$\text{งาน} = \text{แรงเฉลี่ย} \times \text{ระยะยืดหยุ่นของสปริง}$$

$$W = \frac{0 + \vec{F}_s}{2}(x)$$

$$W = \frac{1}{2}\vec{F}_s(x)$$

เนื่องจากสปริงมีค่าคงที่หรือค่านิจ
ซึ่งเป็นไปตามกฎของฮุก (Hooke's Law)
เมื่อ $\vec{F} = kx$ และนำไปแทนค่าในสมการ ก่อนหน้าจะได้

$$E_{ps} = \frac{1}{2}kx^2$$

2.3 กฎการอนุรักษ์พลังงาน

กฎการอนุรักษ์พลังงาน พลังงานสามารถเปลี่ยนจากรูปแบบหนึ่งไปยังอีกรูปแบบหนึ่งได้ และผลรวมของพลังงานยังคงที่ เมื่อระบบไม่มีการสูญเสียพลังงานอันเนื่องมาจากแรงเสียดทาน จะได้ว่าพลังงานรวมเริ่มต้นเท่ากับพลังงานรวมตอนปลาย กฎการอนุรักษ์พลังงานมีความสำคัญมาก เนื่องจากมีประโยชน์ที่สามารถใช้อธิบายหรือตอบคำถามต่าง ๆ ทางกลศาสตร์ได้ แบ่งได้ 2 กรณีดังนี้

กรณี 1 เมื่อไม่มีแรงภายนอกมากระทำกับวัตถุ มีแต่แรงภายใน

เมื่อไม่มีแรงภายนอกมากระทำกับวัตถุ แต่มีเพียงแรงภายใน ผลรวมของพลังงานที่สะสมอยู่ภายในวัตถุจะคงที่เสมอ หรือก็คืองานรวมที่เกิดขึ้นเป็นศูนย์ (0) นั่นเอง ทั้งนี้ เนื่องจากผลรวมของพลังงานจลน์ (E_k) พลังงานศักย์โน้มถ่วง (E_p) และพลังงานศักย์ยืดหยุ่น (E_{ps}) ซึ่งเป็นรูปแบบพลังงานที่สะสมอยู่ภายในวัตถุนั้น จะมีค่าคงที่ตามกฎการอนุรักษ์พลังงาน

จะได้สมการงานและพลังงานดังนี้

$$\sum E = E_k + E_p + E_{ps}$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}kx^2$$

$$= \text{ค่าคงที่}$$

ดังนั้น จะได้สมการการอนุรักษ์พลังงาน

$$\sum E_1 = \sum E_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + \frac{1}{2}kx_2^2$$

เมื่อ $\sum E_1$ คือ ผลรวมของพลังงานที่จุดเริ่ม

$\sum E_2$ คือ ผลรวมของพลังงานที่จุดปลาย

กรณี 2 เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำกับวัตถุ

งานรวมไม่เท่ากับ 0 จะได้สมการการอนุรักษ์งานและพลังงานดังนี้

$$\sum E_1 + \sum W_{1-2} = \sum E_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 + (W_{\bar{F}} - W_{\bar{f}}) = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + \frac{1}{2}kx_2^2$$

เมื่อ $W_{\bar{F}}$ คือ งานจากแรงที่กระทำ

$W_{\bar{f}}$ คือ งานจากแรงเสียดทาน

3 กำลัง

กำลัง (Power) คือ ปริมาณที่ใช้วัดขีดความสามารถหรือประสิทธิภาพในการทำงานของระบบ โดยพิจารณาจากอัตราการทำงาน หรือปริมาณงานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลา ระบบที่สามารถทำงานได้เร็วกว่าถือว่ามีกำลังสูงกว่า โดยทั่วไปกำลังที่กล่าวถึงมักเป็นกำลังเฉลี่ย และใช้สัญลักษณ์ P ซึ่งเป็นปริมาณสเกลาร์

$$\text{กำลังเฉลี่ย} = \frac{\text{งานที่ทำได้}}{\text{เวลาที่ใช้}}$$

$$P = \frac{W}{t}$$

เมื่อ P คือ กำลังเฉลี่ย (J/s) หรือ (watt : W)

W คือ งานที่ทำได้ (J) หรือ ($N \cdot m$)

t คือ ช่วงเวลาที่ใช้ (s)

ในกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่
เนื่องจากแรงทำให้เกิดงานสมการของกำลังที่ใช้ได้ คือ

$$P = \frac{W}{t}$$

$$= \frac{\vec{F} \cdot \vec{s}}{t}$$

เนื่องจาก $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$ นำไปแทนค่าในสมการ จะได้

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

เมื่อ P คือ กำลังขณะที่แรงกระทำต่อวัตถุ (W)

$\vec{F}$ คือ แรงที่กระทำต่อวัตถุให้มีความเร็ว (N)

$\vec{v}$ คือ ความเร็วของวัตถุ มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที (m/s)